F2 – Automaten und formale Sprachen

Aufgabenzettel 2 : Relationen und deterministische endliche Automaten

Besprechung in der Zeit vom 15.04. zum 21.04.2002.

Präsenzaufgabe 2 :

(i) Wann heißt eine Relation Äquivalenzrelation?

(ii) Kann eine Relation zugleich antisymmetrisch und asymmetrisch sein?

(iii) Kann eine Relation zugleich symmetrisch und antisymmetrisch sein?

(iv) Erklären Sie die Unterschiede zwischen den Begriffen: Quasiordnung, partielle Ordnung und Halbordnung. Bereiten Sie sich dazu durch Lesen im Skript vor. Geben Sie zu jeder Ordnung ein (einfaches!) Beispiel an.

Übungsaufgabe 2.1 :

Sei $R \subseteq I\!N \times I\!N$ eine Relation, mit

$$R := \{(x, y) \in I\!N \times I\!N \mid x + y \text{ ist gerade}\}$$

Ist R eine Äquivalenzrelation? Beweisen Sie Ihre Aussage.

von
5

Übungsaufgabe 2.2 :

Seien $A := \{0, \ldots, 7\}$ und $B := \{1, \ldots 4\}$. Wir definieren eine Relation $R \subseteq A \times B \times A$ durch

$$(x, y, z) \in R \quad \text{gdw.} \quad \left\lceil \frac{x}{y} \right\rceil = z$$

von
9

(Die *ceiling*-Funktion $\lceil\cdot\rceil$ ist im Skript auf Seite 13 in Definition 2.7 definiert!)

(i) Zeichnen Sie einen markierten Graphen der Relation R, so dass die erste und dritte Komponente jeweils einen Knoten des Graphen bezeichnet und die mittlere Komponente die Kanteninschrift einer gerichteten Kante. Ist also $(a, b, c) \in R$, so soll eine Kante von Knoten a zu Knoten c mit der Kanteninschrift b gezeichnet werden. (3 Pkt.)

(ii) Nehmen Sie an, $Z := A$, $\Sigma := B$, $z_0 := 7$ und $Z_{\text{end}} = \{2\}$. Stellt der Graph aus (i) mit dieser Erweiterung das Zustandsübergangsdiagramm eines DFA $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, Z_{\text{end}})$ dar? Falls ja, Bestimmen sie δ für den DFA M und geben Sie $L(M)$ an. Geben sie ansonsten eine Begründung dafür an, dass der Graph kein Zustandsübergangsdiagramm eines DFA ist! (4 Pkt.)

(iii) Beschreiben Sie (in Worten), welche Pfade im Graphen aus (i) vom Knoten 7 zum Knoten 2 führen. Gemeint ist hier die Beschreibung der Eigenschaft(en) der Kanteninschriften und nicht einfach die Angabe der möglichen Pfade! (2 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl: 26