

# F2 – Automaten und formale Sprachen

## Aufgabenzettel 1: Graphische Darstellung, Formalisierung und Beweis

Besprechung am 16.4.2003.

Präsenzaufgabe 1: (Die Frage muss, bei Bedarf mit Benutzung der Tafel, von jedem Teilnehmer und jeder Teilnehmerin beantwortet werden können!)

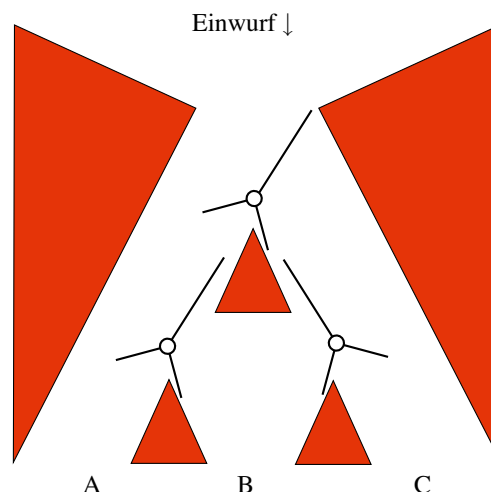
Angenommen in jeder der 12 Übungsgruppen sind genau 24, also insgesamt 288 Studierende. Anders als in der Beschreibung im Internet zu F2 angegeben, gibt es für diese Aufgabe ausschließlich Arbeitsgruppen mit genau 3 Teilnehmern, die in jeder Übungsgruppe erst gebildet werden können, nachdem deren Teilnehmer festliegen! Es möchten sich aber nicht alle zu Dreiergruppen zur Abgabe der Übungsaufgaben zusammenfinden. Unter allen Teilnehmern/Teilnehmerinnen der Übungsgruppen befinden sich nun genau 50 der Einzelgänger, die einer Teilnahme an einer Arbeitsgruppe nie zustimmen würden, wohingegen alle übrigen den unabdingbaren Wunsch haben in einer Dreier-AG arbeiten zu können. Zudem befindet sich von den bekennenden Einzelarbeitern in jeder Übungsgruppe mindestens eine/r. Bitte beantworten Sie folgende Fragen und begründen Sie Ihre Antwort:

1. Könnte es vorkommen, dass ein(e) Teilnehmer(in) der Übungsgruppen nicht in eine Dreiergruppe aufgenommen werden kann, obgleich diese das möchte?
2. Ist es möglich, dass eine Übungsgruppe selbst dann ohne eine Dreier-AG arbeitet, wenn zufällig eine für Gruppenarbeit förderlichste Verteilung der Studierenden auf die Übungsgruppen entstand?

### Übungsaufgabe 1.1:

Beschreiben Sie das mögliche Verhalten des abgebildeten Kugelautomaten durch Angabe seines Zustandsübergangsdiagramms, aus dem bei jeder Anfangssituation (Startzustand) abgelesen werden kann, welcher neue Zustand erreicht wurde, nachdem die oben eingeworfene Kugel bei einem der 3 Ausgänge A, B oder C den Kugelautomaten verlassen hat.

von
5



Verwenden Sie als Zustandsnamen solche Bezeichner, die – wie im Skript beschrieben – eine Aussage über die Hebelstellung machen. Beschriften Sie die Kante an einem Zustandsübergang mit dem Symbol des Ausgangs, bei dem die Kugel dann herausfällt. (5 Pkt.)

### Übungsaufgabe 1.2:

Aus einem Dominospiel kann man einen Zaubertrick entwickeln! Helfen Sie nachzuweisen, warum und bei welchen Dominospielen das funktioniert! **Bitte begründen Sie alle Ihre Antworten!**

Ein Dominospiel besteht aus Steinen  $\boxed{x|y}$ , mit jeweils zwei sichtbaren Zahlen  $x$  und  $y$ , die stets so aneinander gelegt werden müssen, dass die Steine an ihrer Berührungskante die gleiche Zahl zeigen (z.B.  $\boxed{2|3} \boxed{3|1}$ ). Ein vollständiger  $k$ -Satz,  $k \geq 2$ , von Spielsteinen besteht aus allen Steinen  $\boxed{x|y}$  mit  $x, y \in \{1, 2, \dots, k\}$  derart, dass  $1 \leq x < y \leq k$  gilt. Bemerkung: Beim üblichen Domino-Spiel ist  $k = 9$ , und die Zahl  $x = 0$  ist genauso erlaubt wie Steine der Art  $\boxed{x|x}$ . Um einen zum Zaubern geeigneten  $k$ -Satz zu erhalten, müssen also von käuflichen Domino-Spielen Steine entfernt werden!

Dieser Trick ist in manchen Zauberkästen für Kinder enthalten und sei wie folgt erklärt: Aus einem vollständigen  $k$ -Satz, der in einem undurchsichtigen Beutel verstaut ist, entfernt der „Magier“, ohne hinzusehen einen beliebigen Stein (natürlich heimlich!) und bittet die „Zuschauer“, aus dem *angeblich* vollständigen Satz der übrigen Steine eine zusammenhängende Kette zu legen. Ohne auch nur einmal die ausgelegten Steine anzusehen, verkündet er die Zahlen an den Enden der ausgelegten Reihe! Es sind genau die zwei Zahlen auf seinem vorher verwendeten Domino-Stein!

- (i) Wieviele Steine besitzt ein vollständiger  $k$ -Satz? (1 Pkt.)
- (ii) Zeichnen Sie den Graphen, der beim vollständigen 5-Satz entsteht, indem Sie die fünf auftretenden Zahlen als Knoten eines ungerichteten Graphen auffassen, und solche Knoten durch eine Kante verbinden, die als Zahlenpaar auf einem Domino-Steine vorkommen. (1 Pkt.)
- (iii) Warum funktioniert dieser Trick bei jedem vollständigen  $k$ -Satz, wenn  $k$  ungerade ist, und niemals, wenn  $k > 4$  gerade ist? (Tipp: Was sind Eulersche Kreise?) (4 Pkt.)
- (iv) Würde der Trick auch noch funktionieren, wenn zu einem vollständigen  $k$ -Satz von Domino-Steinen auch noch alle Steine der Art  $\boxed{x|x}$ ,  $1 \leq x \leq k$ , hinzugenommen werden würden? (1 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl:

12

VON
7