

BEISPIEL:  $\overline{PAL} \in KF$

BEW.: 1)  $w \notin PAL \Leftrightarrow \exists u, \bar{u}, \bar{\bar{u}} \in \{a, b\}^*: \ell_3(u) = \ell_3(\bar{u}) \wedge$   
 $(w = u a \bar{u} b \bar{\bar{u}} \vee w = u b \bar{\bar{u}} a \bar{u})$

2)  $L = \{a^n b c d a^n \mid n \geq 0\} \subseteq \{a, b, c, d\}^*$

$L \in KF$ , DA  $L = L(G)$  MIT

$G = (\{S, a, b, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{S \rightarrow a S a, S \rightarrow b c d\}, S)$

3) SEI  $s(a) = \{a, b\}$ ,  $s(b) = b$ ,  $s(c) = \{a, b\}^*$ ,  $s(d) = a$

ALSO  $s$  REGULÄRE SUBSTITUTION

$s(L) = \{u b \bar{u} a \bar{\bar{u}} \mid \ell_3(u) = \ell_3(\bar{u}), u, \bar{u}, \bar{\bar{u}} \in \{a, b\}^*\}$

ALSO  $s(L) \in KF$

4) EBENSO IST  $s'(L) \in KF$  MIT

$s'(a) = \{a, b\}$ ,  $s'(b) = a$ ,  $s'(c) = \{a, b\}^*$ ,  $s'(d) = b$

$s'(L) = \{u a \bar{u} b \bar{\bar{u}} \mid \ell_3(u) = \ell_3(\bar{u}), u, \bar{u}, \bar{\bar{u}} \in \{a, b\}^*\}$

5) KLAR:  $\{S_1, S_2\} \in KF$

SEI  $s''(S_1) = s(L)$ ,  $s''(S_2) = s'(L)$

DANN GILT:

$s''(\{S_1, S_2\}) = s(L) \cup s'(L) = \overline{PAL} \in KF$

TH 54:  $KF$  IST EFFEKTIV GEGEN VEREINIGUNG,  
 PRODUKT UND STERNBILDUNG ABGESCHLOSSEN.

BEW.: KLAR:  $L_0 := \{a, b\} \in KF$

$L_\bullet := \{ab\} \in KF$

$L_* := \{a\}^* \in KF$

MIT  $s(a) := L_1$ ,  $s(b) := L_2$  ( $L_1, L_2 \in KF$ )

GILT  $s(L_0) = L_1 \cup L_2 \in KF$

$s(L_\bullet) = L_1 \cdot L_2 \in KF$

$s(L_*) = L_1^* \in KF$

KOROLLAR: ENTHÄLT EINE SPRACHFAMILIE  $\mathcal{L}$  DIE FAMILIE  
 REG UND IST  $\mathcal{L}$  GEGEN SUBSTITUTION  
 ABGESCHLOSSEN, SO IST  $\mathcal{L}$  AUCH GEGEN  
 VEREINIGUNG, PRODUKT UND STERN ABGESCHLOSSEN.

TH 55:  $KF$  IST NICHT GEGEN DURCHSCHNITT ABGESCHLOSSEN.

BEW.:  $L_1 = \{a^n b^n c^n \mid n, m \geq 0\} \in KF$

WEGEN  $S \rightarrow DE$ ,  $D \rightarrow a D b \mid \lambda$ ,  $E \rightarrow E c \mid \lambda$

$L_2 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 0\} \in KF$

WEGEN  $S \rightarrow FG$ ,  $F \rightarrow a F \mid \lambda$ ,  $G \rightarrow b G c \mid \lambda$

$L_1 \cap L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\} \notin KF$

ÜB 35:  $\overline{\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}} \in KF$