Automaten und Komplexität

Aufgabenzettel 2 : Formale Sprachen und Automaten

Korrektur in maximal 2 Wochen

Übungsaufgabe 2.1 :

Geben Sie einen Einweg-DFA mit zwei Köpfen (2-1DFA) an, der genau die Menge aller Wörter $w \in \{a, b\}^*$ akzeptiert, deren n-letzter Buchstabe ein a ist. Versuchen Sie eine möglichst kleine Zustandszahl zu erreichen ($O(n)$ reicht). (3 Pkt.)

Übungsaufgabe 2.2 :

Definieren Sie für die Sprachen

$$L_1 := \left\{a^n b^{n+m} c^m \;\middle|\; n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\right\} \quad \text{und} \qquad (3 \text{ Pkt.})$$

$$L_2 := \left\{a^n b^{2n} c^n \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\right\} \qquad (3 \text{ Pkt.})$$

jeweils einen Einweg-DFA mit mehreren Köpfen (k-1DFA), der die jeweilige Sprache akzeptiert.

Versuchen Sie, mit möglichst wenig Köpfen auszukommen. Wieviele sind mindestens nötig?

Übungsaufgabe 2.3 :

Jede Zahl $n \in \mathbb{N}$ kann sowohl k-när als auch polyadisch auf genau eine Weise dargestellt werden.

Für $k \geq 2$ ist die Zeichenfolge $a_m\, a_{m-1} \cdots a_0 \in \{0, \ldots, k{-}1\}^*$ genau dann eine k-näre Zahlendarstellung, wenn $m \geq 1$ ist und außerdem $a_m \neq 0$ gilt, falls $m > 1$ erfüllt sind. Die Folge stellt die Zahl $n := \sum_{i=0}^{m} a_i \cdot k^i$ dar.

Jede Zeichenfolge $a_m\, a_{m-1} \cdots a_0 \in \{1, \ldots, k\}^*$ ist eine k-adische Zahlendarstellung. Auch sie stellt die Zahl $n := \sum_{i=0}^{m} a_i \cdot k^i$ dar. Die Zahl 0 wird also durch das leere Wort repräsentiert.

Die unäre Darstellung der Zahl n besteht aus $n + 1$ Einsen. Sie ist damit identisch zur 1-adischen Darstellung von $n + 1$.

Geben Sie jeweils eine deterministische Turing-Maschine, die

(a) Die Menge aller durch 3 teilbaren Binärzahlen akzeptiert, (2 Pkt.)

(b) eine Zahl in Unärdarstellung binär kodiert, (3 Pkt.)

(c) eine 2-när kodierte Zahl 2-adisch darstellt, bzw. (3 Pkt.)

(d) eine 2-när kodierte Zahl 3-När darstellt. (3 Pkt.)