F3 – Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabenzettel 10 : Laufzeitanalyse von Algorithmen;
hier: Rechnen mit Summen

Besprechung in der Zeit vom 12.01. bis zum 15.01.2004.

Präsenzaufgabe 10 : Die Frage muss von jedem/er Teilnehmer(in) beantwortet werden können:

Von welcher Gößenordnung sind folgende Funktionen:

1. $f : I\!N \to I\!N$ mit $f(n) := \sum_{i=1}^{n} i^m$, wobei $m \in I\!N, m \neq 0$, fest ist.
2. $g : I\!N \to I\!N$ mit $g(n) := \sum_{i=1}^{n} m^i$, wobei $m \in I\!N, m \neq 0$, fest ist.
3. $h : I\!N \to I\!N$ mit $h(n) := n!$
   Gelten Ihre Antworten zu 1. und 2. auch für $m = 1$?

Übungsaufgabe 10.1 :

Die Fibonacci-Zahlen F_n sind definiert durch

$$F_n := \begin{cases} 0, & \text{für } n \leq 0; \\ 1, & \text{falls } n = 1; \\ F_{n-1} + F_{n-2}, & \text{sonst.} \end{cases}$$

von
7

Weiter sei $g : I\!N \to I\!N$ definiert durch

$$g(n) := \sum_{i=0}^{n} F_i.$$

Finden Sie eine Funktion $h : I\!N \to I\!N$ für die $g(n) \in \Theta(h(n))$ ist.
Wenn Sie eine Funktion h finden, für die lediglich $g(n) \in O(h(n))$ gezeigt werden kann, erhalten Sie nur (2 Pkt.)

Übungsaufgabe 10.2 :

Finden Sie mit der Methode des sukzessiven Einsetzens (Abwickelns) die asymptotische Lösung der folgenden Rekurrenzgleichung:

$$T(n) := \begin{cases} c, & \text{falls } 0 < n \leq 1; \\ 2 \cdot T(\frac{n}{4}) + \sqrt{n}, & \text{sonst.} \end{cases}$$

von
7

Bisher erreichbare Punktzahl: 123

Hinweis: Zur Lösung dieser und späterer Aufgaben können Sie sowohl für die einfachen endliche Summen als auch später für die Integral- und Differentialrechnungen Ihre Formelsammlung und bisweilen auch nur das Skript zu Hilfe nehmen!

Sie können z.b. die Formel für $\sum_{i=0}^{n} i^2$ in den meisten Formelsammlungen finden, und die Formel $\sum_{i=0}^{n} x^i = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$ zur geometrischen Reihe ist selbst im F3-Skript nachzulesen.