F3 – Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabenzettel 3 : Turing-Maschinen
Aufzählbare und entscheidbare Mengen

Abgabe bis 8.11.2004 24 h.
Besprechung am 10.11.2004.

Präsenzaufgabe 3 :

Sei $\Sigma = \{a_1, \cdots, a_k\}$ ein Alphabet. Ist Σ^* aufzählbar ? Begründen Sie Ihre Antwort.

Übungsaufgabe 3.1 :

Gegeben seien die entscheidbaren Sprachen L_1 und L_2.

von
8

1. Zeigen Sie durch Konstruktion, dass die Sprache $L_3 := L_1 \cap L_2$ entscheidbar ist. (2 Pkt.)
2. Zeigen Sie durch Konstruktion, dass die Sprache $L_4 := L_1 \setminus L_2$ entscheidbar ist. (2 Pkt.)
3. Kann mit den gleichen Konstruktionen auch für den Fall, dass L_1 und L_2 lediglich als rekursiv aufzählbar bekannt sind, gezeigt werden, dass auch L_3 und L_4 aufzählbar sind? Begründen Sie die (Un-)Möglichkeit des Nachweises der Aufzählbarkeit für beide Sprachen. Geben Sie (falls nötig und möglich) eine alternative Konstruktion an. (4 Pkt.)

Es genügt in allen Teilaufgaben, jeweils die Arbeitsweise einer geeigneten Turingmaschine zu beschreiben. Dabei könnte es hilfreich sein, ähnliche Skizzen zu benutzen, wie die im Skript bei den Beweisen zu den Theoremen 2.19 oder 2.28 verwendeten. Wie immer ist für eine volle Punktzahl eine Begründung notwendig!

Übungsaufgabe 3.2 :

Im F2-Skript (Seite 44ff.) werden b-adische und b-näre Zahlendarstellungen definiert. Geben Sie eine deterministische Turingmaschine an, welche eine 2-när kodierte Zahl in 2-adische Darstellung umwandelt. Volle Punktzahl gibt es nur, wenn Sie die Korrektheit und Funktionsweise Ihrer Konstruktion begründen bzw. erläutern.

von
4

Hinweis: Die natürliche Zahl 25, die 2-när beispielsweise durch die Zeichenfolge 11001 dargestellt wird, soll in die 2-adische Darstellung 2121 umgewandelt werden.
Die Zeichenfolge $a_k \cdots a_0$ $(1 \leq a_j \leq 2)$ ist die b-adische Darstellung der natürlichen Zahl $n = \sum_{j=0}^{k} a_j 2^j$. Wandlen Sie die b-näre Darstellung vom rechten Ende her um.

Bisher erreichbare Punktzahl: 36