F3 – Berechenbarkeit und Komplexität

Aufgabenzettel 5: Rekursive Funktionen und Register-Maschinen

Abgabe bis 22.11.2004 24 h.
Besprechung am 24.11.2004.

Präsenzaufgabe 5:

Zeigen Sie, dass die Ackermann-Funktion $A(x, y)$ für jedes y primitiv rekursiv ist, und begründen Sie informell, dass $A(x, y)$ berechenbar und total ist.

Übungsaufgabe 5.1:

1. Zeigen Sie, dass eine nullstellige Konstante C_0^0 ($= 0$) ausreicht, um alle Konstanten $C_j^k(x_1, \cdots, x_k)$ als primitiv rekursive Funktionen darzustellen. Verwenden Sie zuerst vollständige Induktion über j für $k = 0$, und dann über k. (2 Pkt.)
2. Zeigen Sie, dass $g(y, x) = f(x, y)$ primitiv rekursiv ist, wenn $f(x, y)$ primitiv rekursiv ist. (2 Pkt.)
3. Zeigen Sie, dass die Exponentialfunktion $f(x, y) = x^y$ primitiv rekursiv ist. Verwenden Sie dazu die Kenntnis, dass Addition und Multiplikation primitiv rekursiv sind. (2 Pkt.)

von
6

Übungsaufgabe 5.2:

Ein Zähler-Automat berechnet eine k-stellige Funktion, wenn zu Anfang in den ersten k Zählern die Argumente $x_1, \cdots, x_k$ stehen, und am Ende der Rechnung im $(k+1)$-ten Zähler der Wert $f(x_1, \cdots, x_k)$, sowie in den ersten k Zählern die unveränderten Argumente. Alle anderen Zähler haben zu Anfang und am Ende den Inhalt 0.

von
6

1. Konstruieren Sie Zähler-Automaten, welche die Basisfunktionen $C_0^0 = 0$, $S(x) = x + 1$ und $P_j(x_1, \cdots, x_k) = x_j$ berechnen. (3 Pkt.)
2. Skizzieren Sie (informell) eine Konstruktion zur Operation der Substitution, sowie eine solche für die primitive Rekursion. Verwenden Sie dabei die Idee von Moduln (Unterprogrammen). (3 Pkt.)

Bisher erreichbare Punktzahl: 60