

# Aufgaben zur Belief-Revision

Ausgabe: 4.11.05

Besprechung: 8.11.05

Özgür Özçep

1

## Aufgaben zu den Postulaten

- a) **“Nichts neues“**: Zeige, dass aus (K\*1)-(K\*5) folgt: Wenn  $a \in K$ , dann ist  $K^*a = K$ . Das besagt: Wenn  $a$  bereits zu den geglaubten Sätzen gehört, ändert das Revidieren mit  $a$  nichts an meinem Meinungssystem. (Forderung nach minimaler Änderung ist erfüllt)
- b) **Nichtkommutativität**: Zeige, dass im allgemeinen nicht gilt:  $(K^*_a)^*_b = (K^*_b)^*_a$ . Das Ergebnis bedeutet: Die Entwicklung meines Meinungssystems hängt entscheidend davon ab, in welcher Reihenfolge ich Informationen erhalte.
- c) **„Lemma“**: Zeigen Sie: Aus den AGM-Postulaten für Revisionsoperatoren  $*$  (einschließlich (K\*7) und (K\*8)) folgt:  $K^*_a = K^*_b$  gdw  $a \in K^*_b$  und  $b \in K^*_a$
- d) **„Monotonie?“**: Gilt das folgende, das Extensionalitätsaxiom erweiternde „Monotonie“-Prinzip: Wenn  $\models a \rightarrow b$ , dann  $K^*_b \subseteq K^*_a$
- e) **Levi-Identität**: Zeige, dass wenn die Operation  $*$  über die Leviidentität  $K^*_a = (K^-_{-a})^+_a$  definiert wird, sie die Postulate (K\*1)-(K\*6) erfüllt, sofern die Expansion  $+$  die Postulate (K+1)-(K+6) erfüllt und die Kontraktion die Postulate (K-1)-(K-4) und (K-6).
- f) **Remainder-Sets**: Berechne folgende Restmengen:
- 1)  $\{p, b\} \perp p \ \& \ b$
  - 2)  $\{p, q, r\} \perp p \ \& \ q$
  - 3)  $\{q\} \perp p \ \& \ q$
  - 4)  $\{p \vee r, p \vee \neg r, q \ \& \ s, q \ \& \ \neg s\} \perp \{p \ \& \ q\}$
  - 5)  $\emptyset \perp p \ \& \ q$

## Erinnerung: Postulate Expansion

- (K+1) Für jeden Satz  $\alpha$  und jedes Belief-Set  $K$ ,  
ist  $K^+_\alpha$  ein Belief-Set. (closure)
- (K+2)  $\alpha \in K^+_\alpha$  (success)
- (K+3)  $K \subseteq K^+_\alpha$  (inclusion)
- (K+4) Falls  $\alpha \in K$ , dann  $K = K^+_\alpha$  (vacuity)
- (K+5) Falls  $H \subseteq K$ , dann  $H^+_\alpha \subseteq K^+_\alpha$  (monotonicity)
- (K+6) Für alle Belief-Sets  $K$  und jeden Satz  $\alpha$ ,  
ist  $K^+_\alpha$  das kleinste Belief-Set, das  
(K+1) bis (K+5) erfüllt (minimality)

## Erinnerung: Postulate für Revision

- (K\*1) Für jeden Satz  $\alpha$  und jedes Belief-Set  $K$ ,  
ist  $K^*_\alpha$  ein Belief-Set. (closure)
- (K\*2)  $\alpha \in K^*_\alpha$  (success)
- (K\*3)  $K^*_\alpha \subseteq K^+_\alpha$  (inclusion)
- (K\*4) Falls  $\neg\alpha \notin K$ , dann  $K^+_\alpha \subseteq K^*_\alpha$  (preservation)
- (K\*5)  $K^*_\alpha = K_\perp$ , gdw.  $\vdash \neg\alpha$  (vacuity)
- (K\*6) Falls  $\vdash\alpha \Leftrightarrow \beta$ , dann  $K^*_\alpha = K^*_\beta$  (extensionality)

### Ergänzende Postulate:

- (K\*7)  $K^*_{\alpha\wedge\beta} \subseteq (K^*_\alpha)^+_\beta$  (superexpansion)
- (K\*8) Falls  $\neg\beta \notin K^*_\alpha$ , dann  $(K^*_\alpha)^+_\beta \subseteq K^*_{\alpha\wedge\beta}$  (subexpansion)

## Erinnerung: Postulate Kontraktion

- (K-1) Für jeden Satz  $\alpha$  und jedes Belief-Set  $K$ ,  
ist  $K_{\alpha}^{-}$  ein Belief-Set. (closure)
- (K-2)  $K_{\alpha}^{-} \subseteq K$  (inclusion)
- (K-3) Falls  $\alpha \notin K$ , dann  $K = K_{\alpha}^{-}$  (vacuity)
- (K-4) Falls  $\not\vdash \alpha$ , dann  $\alpha \notin K_{\alpha}^{-}$  (success)
- (K-5) Falls  $\alpha \in K$ , dann  $K \subseteq (K_{\alpha}^{-})_{\alpha}^{+}$  (recovery)
- (K-6) Falls  $\vdash \alpha \Leftrightarrow \beta$ , dann  $K_{\alpha}^{-} = K_{\beta}^{-}$  (extensionality)

### Zusätzliche Postulate

- (K-7)  $K_{\alpha}^{-} \cap K_{\beta}^{-} \subseteq K_{\alpha \wedge \beta}^{-}$  (intersection)
- (K-8) Falls  $\alpha \notin K_{\alpha \wedge \beta}^{-}$ , dann  $K_{\alpha \wedge \beta}^{-} \subseteq K_{\alpha}^{-}$  (conjunction)