

18.338

Robuste Verarbeitung von Instruktionen

Carola Eschenbach, Christopher Habel
Özgür Özçep

Belief-Revision (1)

Arten der Wissensrevision, Anwendungsfälle

Rationalitätskriterien

Belief change Operatoren

- Charakterisierung
- Realisierung

Literatur

- Zu *Belief-Revision*
- Alchourrón, Carlos E.; Gärdenfors, Peter & Makinson, David (1985). On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50. 510–530.
- Gärdenfors, Peter & Makinson, David (1988) Revisions of knowledge systems using epistemic entrenchment. In *Proceedings of the Second Conference on Theoretical Aspect of Reasoning About Knowledge*, 83–96.
- Gärdenfors, P. (1988). *Knowledge in Flux*. Cambridge, MA: MIT Press
- Gärdenfors, Peter & Rott, Hans (1995). Belief revision. In Dov M. Gabbay, Christopher J. Hogger, and John A. Robinson (eds.). *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming, Volume IV*. (pp. 35–132). Oxford: Oxford University Press.

Belief-Revision: Ein Beispiel [Gärdenfors & Rott, 1995]

- Beliefs
 - The bird caught in the trap is a swan
 - The bird caught in the trap comes from Sweden
 - Sweden is part of Europe
 - All European swans are white
- Konsequenzen
 - The bird caught in the trap is white
- Neue Information
 - The bird caught in the trap is black
- **Welche Sätze sind Kandidaten dafür, aufgegeben zu werden, und warum?**

Belief-Revision in der Wissensverarbeitung

- Wissensbasen / Datenbasen
 - Neue Einträge sind nicht konsistent zum bisherigen Wissensbestand.
- Robotik / Agenten
 - Sensorische Information stimmt nicht mit den Erwartungen / Planungen überein.
(Inkonsistenz zwischen der Wahrnehmung und dem Vorwissen und Konsequenzen aus dem Vorwissen)
- Diagnose
 - Das Verhalten eines Systems stimmt nicht mit der Spezifikation – dem Normalverhalten / dem korrekten Verhalten des Systems – überein.

Das Forschungsgebiet *Belief-Revision*

- Belief-Revision
 - spezieller Typ von Wissensverarbeitung
 - ist verwandt zum Update
es gibt aber wichtige Unterschiede
 - sollte auch Rationalitätskriterien genügen
 - stets eingebettet in eine Wissensverarbeitungs-
konzeption (z.B. Deduktives Schliessen, Defaultschliessen,
Abduktives Schliessen, Probabilistisches / Possibilistisches
Schliessen), mit der gewisse Rationalitätsprinzipien teilt.
 - sollte effizient durchgeführt werden können
 - maschinelle Realisierung

Revision vs. Update (Katsuno & Mendelzon, 1992)

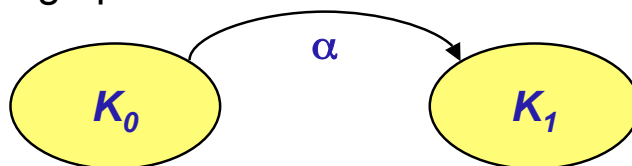
- Peter glaubt, dass Maria sowohl im Fachbereich Informatik (Informatikum) als auch im Fachbereich Mathematik (Geomatikum) arbeitet.
- **Revision: Agent erhält neue Information über einen statischen Ausschnitt der Welt.**
 - Peter wird informiert, dass Maria nicht im Fachbereich Mathematik arbeitet.
 - Peter glaubt, dass Maria im Fachbereich Informatik arbeitet.
- **Update: Agent erhält (neue) Information über eine Veränderung in der Welt.**
 - Peter wird informiert, dass der Fachbereich Informatik zum Hauptcampus umgezogen ist.
 - Peter glaubt, dass Maria entweder im Geomatikum oder am Hauptcampus arbeitet.

AGM-Konzeption der Wissensrevision – Belief-Set

- AGM \approx Alchourrón, Gärdenfors & Makinson (1985)
On the logic of theory change.
 - Gegeben ein logisches System, bestehend aus einer Sprache \mathcal{L} und einer Ableitungsrelation \vdash .
 - Eine Menge von Sätzen $K \in \mathcal{L}$ ist ein (nicht-absurdes) **Belief-Set**, wenn
 - \perp nicht aus K ableitbar ist
 - wenn $K \vdash \beta$, dann $\beta \in K$.
- K_{\perp} bezeichnet das absurde Belief-Set
- Belief sets sind **abgeschlossen bzgl. Ableitung**
 - Belief sets sind **Theorien**.

Epistemische Zustände und ihre Veränderung

- **Epistemischer Zustand**
gegeben durch ein Belief-Set K aus der Menge der Belief-Sets \mathcal{K}
mögliche Haltungen eines Agenten im Zustand K zu einem Satz α
 - α wird akzeptiert, falls $\alpha \in K$
 - α wird abgelehnt, falls $\neg\alpha \in K$
 - keine Haltung zu α , falls $\alpha \notin K$ und $\neg\alpha \notin K$
- Veränderung epistemischer Zustände



- **Belief-Change-Operatoren:** $\mathcal{K} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{K}$

Veränderung epistemischer Zustände

Rationalitätskriterien [Gärdenfors & Rott, 1995]

| | |
|--|--|
| Wenn möglich, sollten epistemische Zustände konsistent bleiben. | $\langle \mathcal{L}, \vdash \rangle$: Verhalten bei Inkonsistenz |
| Jeder Satz, der aus Sätzen, die im epistemischen Zustand akzeptiert werden, ableitbar ist, sollte in den epistemischen Zustand aufgenommen werden. | AGM: inferentieller Abschluss von K ✓ |
| Wenn epistemische Zustände verändert werden, sollte der Verlust an Information so gering wie möglich gehalten werden. | Minimalitätsbedingungen |
| Stärker akzeptierte Sätze sollten gegenüber schwächer akzeptierten Sätzen favorisiert werden. | Ordnung von Akzeptanz |

Typen der Veränderung epistemischer Zustände (1)

- **Expansion**
 - Von **keine Haltung zu α** zu **α wird akzeptiert** oder **α wird abgelehnt**
 - Neue Wissensentität wird aufgenommen
 - **Kontraktion**
 - Von **α wird akzeptiert** oder **α wird abgelehnt** zu **keine Haltung zu α**
 - Alte Wissensentität wird aufgegeben
 - **Revision**
 - Von **α wird akzeptiert** bzw. **α wird abgelehnt** zu **α wird abgelehnt** bzw. **α wird akzeptiert**
 - Alte Wissensentität wird durch widersprechende ersetzt
- konsistente Veränderungen von Belief-Sets
- Inkonsistenz-Risiko bei der Veränderung der Belief-Sets

Typen der Veränderung epistemischer Zustände (2)

- Expansion K^+_{α}
 - Neue Wissensentität α wird aufgenommen, ohne dass Wissensentitäten aufgegeben werden.
- Kontraktion K^-_{α}
 - Alte Wissensentität α wird aufgegeben, ohne dass neue Wissensentitäten aufgenommen werden.
- Revision K^*_{α}
 - Neue Wissensentität α wird aufgenommen, wobei alte, bisher akzeptierte Wissensentitäten aufgegeben werden, um Konsistenz zu erhalten.
Revision erfordert Berücksichtigung von Inferenzen.

Expansion – Erweiterung von Wissenbeständen

- **Expansion** K^+_{α}
 - Neue Wissensentität α wird aufgenommen, ohne dass Wissensentitäten aufgegeben werden.
 - ist dann angebracht, wenn α konsistent zu K , d.h. wenn nichts in K gegen α spricht.
 - Die WB-Revision benötigt
 - Resultate der WB-Auswertung, um zu entscheiden, welche Belief-Change-Operation durchzuführen ist.
 - Konsistenzprüfung \longleftrightarrow WBS
 - Beurteilung der Eingabe
 - Plausibilitätsprüfung \longleftrightarrow Eingabe in WBS
 - Einschätzung der Informationsquelle \longleftrightarrow Eingabe in WBS

Anforderungen an Expansion

- (K+1) Für jeden Satz α und jedes Belief-Set K ,
ist K^+_α ein Belief-Set. (closure)
- (K+2) $\alpha \in K^+_\alpha$ (success)
- (K+3) $K \subseteq K^+_\alpha$ (inclusion)
- (K+4) Falls $\alpha \in K$, dann $K = K^+_\alpha$ (vacuity)
- (K+5) Falls $H \subseteq K$, dann $H^+_\alpha \subseteq K^+_\alpha$ (monotonicity)
- (K+6) Für alle Belief-Sets K und jeden Satz α ,
ist K^+_α das kleinste Belief-Set, das
(K+1) bis (K+5) erfüllt (minimality)

Postulat (K+4) ist überflüssig;
es ist aus (K+1) – (K+3) und (K+5) – (K+6) beweisbar.

Repräsentationstheorem für die Expansion

Theorem

Die Expansionsfunktion $+$ erfüllt (K+1) bis (K+6) genau dann, wenn

$$K^+_\alpha = \text{Th}(K \cup \{\alpha\})$$

Kontraktion – Einschränkung von Wissenbeständen

- **Kontraktion** K^-_α
 - Alte Wissensentität α wird aufgegeben, ohne dass neue Wissensentitäten aufgenommen werden.
 - ist dann angebracht, wenn Zweifel daran bestehen, dass α zu K gehören sollte, z.B. wenn in K etwas gegen α spricht, oder wenn neue Evidenz gegen α spricht.
 - Kontraktion steht im engen Zusammenhang zur Revision.

Anforderungen an Kontraktion

- (K-1) Für jeden Satz α und jedes Belief-Set K , ist K^-_α ein Belief-Set. (closure)
- (K-2) $K^-_\alpha \subseteq K$ (inclusion)
- (K-3) Falls $\alpha \notin K$, dann $K = K^-_\alpha$ (vacuity)
- (K-4) Falls $\not\vdash \alpha$, dann $\alpha \notin K^-_\alpha$ (success)
- (K-5) Falls $\alpha \in K$, dann $K \subseteq (K^-_\alpha)^+_\alpha$ (recovery)
- (K-6) Falls $\vdash \alpha \Leftrightarrow \beta$, dann $K^-_\alpha = K^-_\beta$ (extensionality)

Basispostulate

- (K-7) $K^-_\alpha \cap K^-_\beta \subseteq K^-_{\alpha \wedge \beta}$ **Ergänzende Postulate** (intersection)
- (K-8) Falls $\alpha \notin K^-_{\alpha \wedge \beta}$, dann $K^-_{\alpha \wedge \beta} \subseteq K^-_\alpha$ (conjunction)

Kontraktion im Hinblick auf Konjunktionen: $\alpha \wedge \beta$

Wenn $\alpha \wedge \beta$ zurückgewiesen werden soll, dann müssen α oder β (oder beide) zurückgewiesen werden.

(K-7) $K_{\alpha}^{-} \cap K_{\beta}^{-} \subseteq K_{\alpha \wedge \beta}^{-}$ (intersection)

Das, was wir nach Kontraktion bzgl. α glauben, und das, was wir nach Kontraktion bzgl. β glauben, ist in enthalten in $K_{\alpha \wedge \beta}^{-}$.

(K-8) Falls $\alpha \notin K_{\alpha \wedge \beta}^{-}$, dann $K_{\alpha \wedge \beta}^{-} \subseteq K_{\alpha}^{-}$ (conjunction)

Falls bei der Kontraktion bzgl. $\alpha \wedge \beta$ α zurückgewiesen wird, dann führt die Kontraktion bzgl. $\alpha \wedge \beta$ zu einem kleinerem Belief-Set als die Kontraktion bzgl. α .

Theorem (AGM, 1985)

Wenn (K-1) bis (K-8) gelten, dann gilt

entweder $K_{\alpha}^{-} \cap K_{\beta}^{-} = K_{\alpha \wedge \beta}^{-}$ oder $K_{\alpha}^{-} = K_{\alpha \wedge \beta}^{-}$ oder $K_{\beta}^{-} = K_{\alpha \wedge \beta}^{-}$

Kontraktion – Zwischenstand

- Die Charakterisierung durch (K-1) – (K-6)
 - wird als Standardcharakterisierung angesehen,
 - spielt eine zentrale Rolle für die Revision.

- Die Postulate für die Kontraktion
 - enthalten kein Gegenstück zu (K+6), dem Minimalitätspostulat
 - erlauben kein Repräsentationstheorem
 - können durch verschiedene Kontraktionsoperatoren realisiert werden.
 - Aufgabe: Spezifikation „guter“ / „vernünftiger“ Kontraktionsoperatoren

Revision – Überarbeitung von Wissenbeständen

- Revision K^*_α
 - Neue Wissensentität α wird aufgenommen, wobei alte, bisher akzeptierte Wissensentitäten aufgegeben werden, um Konsistenz zu erhalten.
Revision erfordert Berücksichtigung von Inferenzen.
 - ist dann angebracht, wenn α zu K gehören sollte, aber α inkonsistent zu K ist, d.h. wenn α zu Wissensentitäten aus K in Konflikt steht.
 - Revision beinhaltet also, Kontraktion gewisser Wissensentitäten in Bezug auf K .

Anforderungen an Revision

- (K*1) Für jeden Satz α und jedes Belief-Set K ,
ist K^*_α ein Belief-Set. (closure)
- (K*2) $\alpha \in K^*_\alpha$ (success)
- (K*3) $K^*_\alpha \subseteq K^+_\alpha$ (inclusion)
- (K*4) Falls $\neg\alpha \notin K$, dann $K^+_\alpha \subseteq K^*_\alpha$ (preservation)
- (K*5) $K^*_\alpha = K_\perp$, gdw. $\vdash \neg\alpha$ (vacuity)
- (K*6) Falls $\vdash \alpha \Leftrightarrow \beta$, dann $K^*_\alpha = K^*_\beta$ (extensionality)

Basispostulate

- (K*7) $K^*_{\alpha\wedge\beta} \subseteq (K^*_\alpha)^+_\beta$ Ergänzende Postulate (superexpansion)
- (K*8) Falls $\neg\beta \notin K^*_\alpha$, dann $(K^*_\alpha)^+_\beta \subseteq K^*_{\alpha\wedge\beta}$ (subexpansion)

Revision – Kontraktion

- Die Charakterisierung durch (K*1) – (K*6)
 - wird als Standardcharakterisierung angesehen,
 - sind für die Beziehung zwischen Revision und Kontraktion fundamental.
- Beziehung zwischen Revision und Kontraktion
 - Kontraktionsoperatoren und Revisionsoperatoren können wechselseitig zur Definition herangezogen werden.

Levi-Identität

$$\text{(Def } * \text{)} \quad K^*_\alpha = (K^-_{-\alpha})^+_\alpha$$

Harper-Identität

$$\text{(Def } - \text{)} \quad K^-_\alpha = K \cap K^*_{-\alpha}$$

Revision – Kontraktion Zwei Repräsentationstheoreme

Theorem („Rechtfertigung für Levi-Identität“)

Sei $-$ ein Kontraktionsoperator, der (K-1) – (K-4) und (K-6) genügt, und $+$ der Expansionsoperator, der (K+1) – (K+6) genügt, dann erfüllt der durch $K^*_\alpha = (K^-_{-\alpha})^+_\alpha$ definierte Revisionsoperator $*$ die Postulate (K*1) – (K*6).

Theorem („Rechtfertigung für Harper-Identität“)

Sei $*$ ein Revisionsoperator, der (K*1) – (K*6) genügt, dann erfüllt der durch $K^-_\alpha = K \cap K^*_{-\alpha}$ definierte Kontraktionsoperator $-$ die Postulate (K-1) – (K-6).