18.338
Robuste Verarbeitung von Instruktionen

Carola Eschenbach, Christopher Habel
Özgür Özçep

Belief-Revision (2)

Belief change Operatoren

- Realisierung
- epistemic entrenchment

Belief-Revision – Jenseits von AGM

- Belief bases

Revision – Kontraktion
Zwei Repräsentationstheoreme

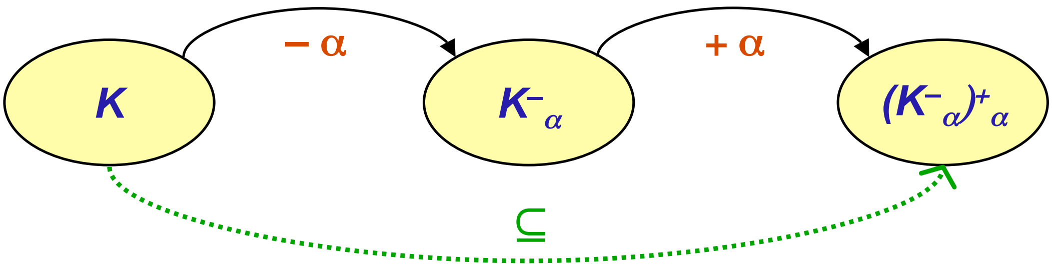
Theorem („Rechtfertigung für Levi-Identität")

Sei **–** ein Kontraktionsoperator, der (K-1) – (K-4) und (K-6) genügt, und **+** der Expansionsoperator, der (K+1) – (K+6) genügt, dann erfüllt der durch $K^*_\alpha = (K^-_{\neg\alpha})^+_\alpha$ definierte Revisionsoperator $*$ die Postulate (K$*$1) – (K$*$6).

Theorem („Rechtfertigung für Harper-Identität")

Sei $*$ ein Revisionsoperator, der (K$*$1) – (K$*$6) genügt, dann erfüllt der durch $K^-_\alpha = K \cap K^*_{\neg\alpha}$ definierte Kontraktionsoperator **–** die Postulate (K–1) – (K–6).

Kontraktion – Recovery



(K-5) Falls $\alpha \in K$, dann $K \subseteq (K^{-}_{\alpha})^{+}_{\alpha}$ (recovery)

Kontraktion – Recovery
(Beispiel / Hannson)

K: “Cleopatra had a son” (α)
“Cleopatra had a daughter” (β),
thus: “Cleopatra had a child” ($\alpha \vee \beta$, briefly δ).

Kontraktion bzgl. δ:

K^{-}_{δ}: α, β, δ sollten nicht in K^{-}_{δ} enthalten sein.

Expansion bzgl. δ:

$(K^{-}_{\delta})^{+}_{\delta}$: δ sollte wieder akzeptiert werden.
keine Haltung zu α und β

Entspricht nicht dem recovery axiom.

Konstruktion von Kontraktionen

- Konstruktion von Belief-Change-Operatoren
  - Für Kontraktion und Revision existiert durch die Postulate der AGM-Konzeption keine eindeutige Bestimmung der entsprechenden Operatoren.
  - Wegen der systematischen Beziehungen zwischen Revisionen und Kontraktionen (Levi-Identität, Harper-Identität) ist es ausreichend, die Untersuchungen auf einen Typ, zu konzentrieren.
- ➢ Kontraktionsoperatoren
  - Prinzip der minimalen Veränderung

    ist bisher nicht formal spezifiziert.

Eine für die α-Kontraktion relevante Teilmenge von *K*

Definition

Ein Belief-Set K' ist eine maximale Teilmenge von K, die α nicht impliziert, gdw.

$K' \subseteq K$

$\alpha \notin K'$

für jedes $\beta \in \mathcal{L}$ gilt:

Wenn $\beta \in K$ und $\beta \notin K'$, dann $\beta \Rightarrow \alpha \in K'$

(wenn K' mit β expandiert würde, wäre α ableitbar.)

Die Menge aller Belief-Sets K', die eine maximale Teilmenge von K sind, die α nicht impliziert, wird durch $K \perp \alpha$ bezeichnet.

Konstruktion eines Kontraktionsoperators

$K \perp \alpha$

- die Charakterisierung, spiegelt wichtige Ideen des Prinzips minimaler Veränderung bei der Wissensveränderung wider
- ist leer, gdw. $\vdash \alpha$
- enthält in den meisten Fällen mehr als ein Belief-Set

Konstruktion von Kontraktionsoperatoren

- unterscheiden sich im wesentlichen darin,
  - welches Belief-Set aus $K \perp \alpha$ ausgewählt wird, bzw.
  - wie aus $K \perp \alpha$ ein Belief-Set berechnet wird.

Maxi-Choice

γ sei eine Selektionsfunktion,

- spezieller, $\gamma(K \perp \alpha)$ liefert das „beste“ Belief-Set aus $K \perp \alpha$
  - ohne dass hier bestimmt sei, wie die Auswahl durchgeführt wird.

Definition der Kontraktion

$$\text{(Def max)}\quad K^{-}_{\alpha} = \begin{cases} \gamma(K \perp \alpha) & \text{falls } K \perp \alpha \neq \varnothing \\ K & \text{falls } K \perp \alpha = \varnothing \end{cases}$$

Eigenschaften der Maxi-Choice-Kontraktion

Theorem

Der durch Maxi-Choice definierte Kontraktionsoperator erfüllt die Kontraktionsbedingungen (K-1) – (K-6)

Theorem

Sei K^{-}_{α} durch Maxi-Choice definiert, K ein Belief-Set und α eine Wissensentität. Dann gilt für alle β entweder $\alpha \vee \beta \in K^{-}_{\alpha}$ oder $\alpha \vee \neg\beta \in K^{-}_{\alpha}$

Theorem

Sei K^{-}_{α} durch Maxi-Choice definiert und K^{*}_{α} durch Levi-Identität definiert. Dann ist für alle α mit $\neg\alpha \in K$ das Belief-Set K^{*}_{α} eine vollständige Theorie.

- Maxi-Choice behält zu viel Information

  Nach Revision hat die WB zu allen Propositionen eine Meinung.

Full-Meet-Kontraktion

Ziel

- eine restriktivere Auswahl von Wissensentitäten für die Kontraktion

Definition der Kontraktion

(Def meet) $$K^{-}_{\alpha} = \begin{cases} \bigcap(K\perp\alpha) & \text{falls } K\perp\alpha \neq \emptyset \\ K & \text{falls } K\perp\alpha = \emptyset \end{cases}$$

Eigenschaften der Full-Meet-Kontraktion

Theorem

Der durch Full-Meet definierte Kontraktionsoperator erfüllt die Kontraktionsbedingungen (K-1) – (K-6)

Theorem

Sei K^-_α durch Full-Meet definiert, K ein Belief-Set und α eine Wissensentität. Dann gilt für alle β

$$\beta \in K^-_\alpha \text{ gdw. } \beta \in K \text{ und } \neg\alpha \vdash \beta$$

Theorem

Sei K^-_α durch Full-Meet definiert und K^*_α durch Levi-Identität definiert. Dann gilt für alle α mit $\neg\alpha \in K$, dass $K^*_\alpha = \mathrm{Th}(\alpha)$.

- Bei Full-Meet-Kontraktion wird zu viel Information aufgegeben.

Grenzfälle

Full meet:

Suppose I believe that *p* (Buenos Aires is the capital of Brazil) and that *q* (there is no King of France). When I learn $\neg p$ and revise my belief set using a revision operation based on full meet contraction, I give up the belief that there is no King of France.

Maxichoice:

Suppose I believe *p* (that Buenos Aires is the capital of Brazil) and have no idea about *q* (that the King of France is bald). Finding out that $\neg p$ is the case and revising my belief set using a revision based on maxichoice contraction means that I will make a decision as to *q* or $\neg q$.

Partial-Meet-Selection

γ sei eine Selektionsfunktion,

- spezieller, $\gamma(K\perp\alpha)$ liefert die Menge der „besten" Belief-Sets aus $K\perp\alpha$
  - ohne dass hier bestimmt sei, wie die Auswahl durchgeführt wird.

Definition der Kontraktion

(Def part) $$K^{-}_{\alpha} = \begin{cases} \bigcap \gamma(K\perp\alpha) & \text{falls } K\perp\alpha \neq \varnothing \\ K & \text{falls } K\perp\alpha = \varnothing \end{cases}$$

Eigenschaften der Partial-Meet-Selection-Kontraktion

Theorem
Der durch PMS definierte Kontraktionsoperator erfüllt die Kontraktionsbedingungen (K-1) – (K-6)

Die weiteren Eigenschaften von PMS-Kontraktion hängen wesentlich von der Spezifikation von γ ab.

- relational PMS: Präzedenzrelation $\preceq$ über $K\perp\alpha$
- (Def γ) $\gamma(K\perp\alpha) = \{K' \in K\perp\alpha \mid K'' \preceq K' \text{ für alle } K'' \in K\perp\alpha\}$

- Relationale PMS-Kontraktion erfüllt auch (K-7)
- Ist $\preceq$ transitiv, so erfüllt relationale PMS-Kontraktion zusätzlich (K-8).

Epistemic entrenchment: Die Grundidee

- Grundidee (Gärdenfors & Makinson, 1988):
- Wissensentitäten im Belief-Set sind nicht gleichartig im Hinblick darauf,
  - wie wichtig sie für das Schliessen, Handeln oder Planen sind,
  - ob sie bei einer Kontraktion oder Revision aufgegeben werden können bzw. aufgegeben werden sollten.
- ➢ Präferenzordnung über den Elementen der Belief-Sets
  - Epistemic entrenchment ≈ epistemische „Verwurzelung"
  - entscheidet darüber, welche Entitäten bei einer Kontraktion früher bzw. später aufgegeben werden.

Epistemic entrenchment: Die Postulate

Definition: Eine Ordnung $\preceq_K$ über $\mathcal{L}$ ist eine Epistemic-Entrenchment-Ordnung (bzgl. *K*), falls sie die folgenden Bedingungen erfüllt.

(EE1) Für alle $\alpha, \beta, \gamma \in \mathcal{L}$ gilt: falls $\alpha \preceq \beta$ und $\beta \preceq \gamma$, dann $\alpha \preceq \gamma$ (transitivity)

(EE2) Für alle $\alpha, \beta \in \mathcal{L}$ gilt: falls $\{\alpha\} \vdash \beta$ dann $\alpha \preceq \beta$ (dominance)

Falls α oder β aufgegeben werden muss, dann ist die Aufgabe von α die kleinere Veränderung, da bei Aufgabe von β die Abschlussbedingung für Belief-Sets die Aufgabe von α erfordert.

(EE3) Für alle $\alpha, \beta \in \mathcal{L}$ gilt entweder $\alpha \preceq \alpha\wedge\beta$ oder $\beta \preceq \alpha\wedge\beta$ (conjunctiveness)

(EE4) Wenn $K \neq K_\perp$, dann: $\alpha \notin K$ gdw. $\alpha \preceq \beta$ für alle $\beta \in \mathcal{L}$. (minimality)

(EE5) Falls $\beta \preceq \alpha$ für alle $\beta \in \mathcal{L}$, $\vdash \alpha$. (maximality)

Kontraktion und Epistemic-Entrenchment (1)

- Charakterisierung von Kontraktion
  durch Epistemic-Entrenchment

(Con –) $\beta \in K^{-}_{\alpha}$ gdw.
$\beta \in K$ und entweder $\alpha \preceq \alpha \vee \beta$ oder $\vdash \alpha$

- Charakterisierung von Epistemic-Entrenchment
  durch Kontraktion

(Con $\preceq$) $\alpha \preceq \beta$ gdw.
$\alpha \notin K^{-}_{\alpha\wedge\beta}$ oder $\vdash \alpha\wedge\beta$

Kontraktion und Epistemic-Entrenchment (2)

Theorem

Sei $K \in \mathcal{K}$ ein Belief-Set und $\preceq$ ein Epistemic-Entrenchment über K.
Wenn für jedes $\alpha \in \mathcal{L}$ die Kontraktion K^{-}_{α} vermittels von (Con –) definiert wird, dann sind (K–1) – (K–8) sowie (Con $\preceq$) erfüllt.

Theorem

Sei K^{-} ein Kontraktionsoperator, der (K–1) – (K–8) erfüllt.
Für jedes Belief-Set $K \in \mathcal{K}$ gilt:
Wenn eine Relation $\preceq$ vermittels von (Con $\preceq$) definiert wird, so ist $\preceq$ ein Epistemic-Entrenchment, d.h. $\preceq$ genügt (EE1) – (EE5), und es ist (Con –) erfüllt.

Belief-Revision – Zwischenstand

- Ausgangspunkt:
  Rationalitätskriterien für Wissensveränderung
- Formale Charakterisierung dieser Kriterien durch Postulate (Anforderungen)
  - Theoreme zu den Eigenschaften der Belief-Change Operatoren
- Alternative Konstruktionen für Kontraktion (und somit Revision) sind möglich
  - Präferenzordnungen sind nützlich
    - Partial meet selection
    - Epistemic entrenchment (Gärdenfors & Makinson)
      - ist auch durch possibilistische Logik realisierbar
      - ist implementierbar (Williams)

Belief-Revision – Jenseits von AGM

- Belief Bases
  - endliche Mengen von Formeln
  - Epistemische Einstellungen: explizit vs. implizit akzeptiert
  - Belief changes bzgl. Belief bases
  - Prioritized belief bases
  - Neue belief change Operatoren:
    - *Consolidation* (Erzwingung von Konsistenz)
    - *Semi-Revision* (Non-prioritized Revision)
- Non-prioritized Revision
  - Eingabe hat nicht notwendiger Weise die höchste Priorität
  - Entscheidung + Revision
    - *Selective revision*

Belief sets vs. belief bases

Probleme mit logisch (deduktiv) abgeschlossenen belief sets:

- Unendliche Mengen.
- Inkonsistenz führt zur Trivialisierung.
- Höchste Priorität für neu eingehende Information.
- Keine Unterscheidung zwischen expliziten und impliziten Wissensentitäten.

Belief Bases (Hansson)

Eine belief base B ist eine endliche Menge von Formeln.

Expansion: $B + \alpha = B \cup \{\alpha\}$.

Epistemische Einstellungen:

- $\alpha \in Th(B)$: α wird (implizit) akzeptiert (implicitly believed).
- $\alpha \in B$: α wird explizit akzeptiert (explicitly believed).
- $\alpha \in Th(B) \setminus B$: α wird nur erschlossen (merely derived).

Inkonsistenztoleranz

Eine *belief base* B ist eine endliche Menge von Formeln.

- Es wird an *belief bases* nicht die Forderung der Konsistenz gestellt.

Inkonsistenztoleranz

Beispiel:

$$B_1 = \{ p \wedge \neg p, q_1, q_2, q_3 \}$$
$$B_2 = \{ p, \neg p, \neg q_1, \neg q_2, \neg q_3 \}$$

Es gilt

$$\mathrm{Th}(B_1) = \mathrm{Th}(B_2)$$

aber

$$\mathrm{Th}(B_1 \dot{-} p) \neq \mathrm{Th}(B_2 \dot{-} p)$$

Operationen auf *belief bases* (1)

Expansion: B + α = B $\cup$ {α}

Contraction:

- Partial meet:
  - Verfahren entsprechend zu AGM, aber Bezug ausschliesslich auf *belief bases.*
  - Eigenschaften unterscheiden sich von AGM-partial meet
- Kernel.
- Prioritized base contraction.
  - basiert auf einer linearen Ordnung über den Elementen von B

Operationen auf *belief bases* (2)

Revisionen

Internal revision (Levi Identity):

- $B \mp \alpha = (B \dot{-} \neg\alpha) + \alpha$

External revision (Reversed Levi Identity):

- $B \pm \alpha = (B + \alpha) \dot{-} \neg\alpha$
  - Zwischenzustand ist eventuell inkonsistent

➢ Revisionsoperatoren unterscheiden sich in ihren Eigenschaften, abhängig von der Parametersetzung:
  - *intern* vs. *extern*
  - basiert auf: *partial meet*, *kernel* oder *prioritized base*

Operationen auf *belief bases* (3)

zwei neue Operatoren:

Consolidation

- $B! = B \dot{-} \bot$
- Mache die *belief base* konsistent!
- Konsolidierung ist sinnvolle Operation, da es keine Konsistenzforderung für *belief bases* gibt.
- Verschiedene inkonsistente *belief bases* führen (im Normalfall) zu verschiedenen Konsolidierungen.

Semi-Revision (Non-prioritized revision)

- neue Information kann zurückgewiesen werden (im Rahmen der Revision)
- $B?\alpha = (B + \alpha)!$

Literatur

Zur Ergänzung empfohlen:

Andreas Herzig & Renata Wassermann [2001]:

Course “Belief Change, from AGM to realistic models”.

13th European Summer School in Logic, Language and Information (ESSLLI'01.)

http://www.irit.fr/ACTIVITES/LILaC/Pers/Herzig/Esslli01/

Hannson, Sven Ove (1999). A textbook of belief dynamics. Theory change an database updating. Dordrecht: Reidel.

- **Renata Wassermann (2000)**. *Resource-Bounded Belief Revision.* PhD thesis. Universiteit van Amsterdam.

  http://www.ime.usp.br/~renata/Thesis.html

URLs am 1.7.2005 getestet!

Literatur

Zu epistemic entrenchement:

- Dubois, Didier & Prade. Henri (1991). Epistemic entrenchment and possibilistic logic. Artificial Intelligence, 50. 223-239.
- Williams, M.-A. (1998). Applications of Belief Revision. In B. Freitag et al. (Eds.). Transactions and Change in Logic Databases. (pp. 285-314). Springer-Verlag: Berlin.