Mary-Anne Williams

Applications of Belief Revision

Dirk Fust
Projekt „Robuste Verarbeitung von Instruktionen“

Einleitung

- Williams möchte die theoretische AGM-Konzeption praktisch umsetzen
- Dazu braucht sie Expansion, Kontraktion, Revision und Epistemic Entrenchment
- Sie will nur Fakten hinzufügen oder entfernen, kein Verändern (nicht „$A \rightarrow B$“ zu „$A \rightarrow B$, außer wenn C“ ändern)

AGM (Implementierungs) Probleme

- AGM nimmt einen Satz φ zusammen mit einem Epistemic Entrenchment (EE) und produziert eine Theorie – das Entrenchment geht verloren

- Kein natürliches „iterated revision"

- EE repräsentiert potentiell unendlich viele Sätze einer logischen Sprache $\rightarrow$ Repräsentierungsproblem

Lösungen

- *Finite partial entrenchment ranking* (fper) generiert ein endlich darstellbares EE

- Operatoren *adjustment* und *maxi-adjustment* überführen fper in ein neues fper

Finite partial entrenchment ranking

- Finite partial entrenchment ranking ist eine Funktion, die den Sätzen einer endlichen KB einen Wert in den rationalen Zahlen zuweist, abhängig von ihrer epistemischen Relevanz

- Je höher der Wert, desto glaubhafter ist die Information

Fper Definition

Definition:

A finite partial entrenchment ranking *ist a function* ***B*** *from a finite subset of sentences into the interval [0,1] such that the following conditions are satisfied for all* $\psi \in dom(\boldsymbol{B})$

(PER1) $\{\psi \in dom(\boldsymbol{B}) : \boldsymbol{B}(\varphi) < \boldsymbol{B}(\psi)\} \nvdash \varphi$

(PER2) $\mathit{If} \vdash \neg\varphi \ \mathit{then}\ \boldsymbol{B}(\varphi) = 0$

(PER3) $\boldsymbol{B}(\varphi) = 1 \ \mathit{iff} \vdash \varphi$

Explizite und implizite Information

- *Define the* explicit information content *represented by* **B** *a fper to be* $\{\varphi \in dom(\boldsymbol{B}) : \boldsymbol{B}(\varphi) < 0\}$ *, and denote it by exp(***B***). Similarly, define the* implicit information content *represented by* $\boldsymbol{B} \in \mathcal{B}$ *be* Cn(exp(**B**))*, and denote it by* content(**B**).

- Williams wählen die kleinstmögliche Verwurzelung in ihrer Implementation. Wenn z.B. $\boldsymbol{B}(\varphi) = 0.2$ und $\boldsymbol{B}(\psi) = 0.4$, dann werden alle fpers $\varphi < \psi$ haben, aber eines kann $\psi < \varphi \vee \psi$ ranken und ein anderes $\psi = \varphi \vee \psi$

Ranken von impliziter Information

Let φ be a nontautological sentence. Let **B** *be a finite partial entrenchment ranking. We define the* degree of acceptance *of φ to be*:

$$degree(\boldsymbol{B},\varphi)=\begin{cases} largest\ j\ such\ that\ \{\psi\in\exp(\boldsymbol{B}):\boldsymbol{B}(\psi)\geq j\}\vdash\varphi\ ,if\ \varphi\in content(\boldsymbol{B}) \\ 0 \end{cases}$$

Algorithmus zum ranken

Algorithmus zum Ranken von φ:

Wenn φ eine Tautologie ist: degree(B, φ) = 1

Ansonsten: Versuche φ aus den am höchsten gerankten Sätzen zu folgern. Wenn das klappt, hat φ gleichen Entrenchment-Level. Ansonsten nimm die Sätze der nächst kleineren Ebene hinzu und versuche wiederum φ abzuleiten.

Erstellen von EE aus fpers

- *Let* **B** *be a fper, and* φ,Ψ *be sentences. Define* $\leq_B$ *by:*

$\varphi \leq_B \Psi$ iff

$\vdash \Psi$

or

degree(B,φ) ≤ degree(B,Ψ)

- Williams nennt $\leq_B$ „*minimal epistemic entrenchment ordering generated from* ***B***“
- Verschiedene fpers können das gleiche EE erzeugen, diese nennt Williams „äquivalent“.

Iterated Revision

- Williams stellt zwei Strategien vor: adjustment und maxi-adjustment
- Die AGM Operatoren arbeiten nur auf Sätzen, wir brauchen aber noch die Akzeptanz des Satzes, um diese in dem veränderten Ranking zu berücksichtigen.
- Williams Operatoren verändern ein fper so, dass die neue Information mit einer minimalen Änderung eingebunden wird.

Adjustment

Let $\varphi \in \mathscr{L}^{\bowtie}$ *and* $0 \leq i < 1$. *We define the* adjustment of a fper **B** *to be a function * such that*

$$\boldsymbol{B}^{*}(\varphi, i) = \begin{cases} (\boldsymbol{B}^{-}(\varphi, i)) & \textit{if } i \leq \textit{degree}(\boldsymbol{B}, \varphi) \\ (\boldsymbol{B}^{-}(\neg\varphi, 0))^{+}(\varphi, i) & \textit{otherwise} \end{cases}$$

where

$$\boldsymbol{B}^{-}(\varphi, i)(\psi) = \begin{cases} i & \textit{if } \textit{degree}(\boldsymbol{B}, \varphi) = \textit{degree}(\boldsymbol{B}, \varphi \vee \psi) \textit{ and } \boldsymbol{B}(\psi) > i \\ \boldsymbol{B}(\psi) & \textit{otherwise} \end{cases} \quad \textit{for all}$$

$\psi \in \textit{dom}(\boldsymbol{B})$, *and*

$$\boldsymbol{B}^{+}(\varphi, i)(\psi) = \begin{cases} \boldsymbol{B}(\psi) & \textit{if } \boldsymbol{B}(\psi) > i \\ i & \textit{if } \varphi \leftrightarrow \psi \textit{ or } \boldsymbol{B}(\psi) \leq i < \textit{degree}(\boldsymbol{B}, \varphi \rightarrow \psi) \\ \textit{degree}(\boldsymbol{B}, \varphi \rightarrow \psi) & \textit{otherwise} \end{cases} \quad \textit{for all}$$

$\psi \in \textit{dom}(\boldsymbol{B}) \cup \{\varphi\}$.

Adjustment Eigenschaften

- Adjustment bewahrt die relative Ordnung der Sätze.
- Bei Adjustment muss angegeben werden, wann eine Information unabhängig im Hinblick auf die Änderung ist. Laut Williams ist aber der umgekehrte Weg häufig einfacher, nämlich anzugeben, wann Informationen abhängig sind.
- Dies leistet Maxi-Adjustment.
- Maxi Adjustment bewahrt so viel wie möglich Inhalt des ursprünglichen Rankings. Im Gegensatz zu Adjustment nimmt Maxi-Adjustment an, dass die Informationen unabhängig voneinander sind, außer die Abhängigkeit geht aus explizit spezifizierten Informationen hervor (diese Informationen stehen in der KB(?)).
- Ein Satz φ ist ein Grund (*reason*) für Ψ bezogen auf **B**, wenn

degree(B,Ψ) < degree (B,$\varphi \rightarrow \Psi$)

Maxi Adjustment

Let $\mathbf{B} \in \mathcal{B}$ *be finite. We enumerate the range of* $\mathbf{B}$ *in ascending order as* $j_0, j_1, \cdots, j_{R_{max}}$ *. Let* φ *be a contingent sentence,* $j_m = degree(\boldsymbol{B}, \varphi)$ *and* $0 \leq i < R_{max}$ *. Then the* (φ, i) *-maxi-adjustment of* $\boldsymbol{B}$ *ist* $\boldsymbol{B}^*(\varphi, i)$ *is defined by:*

$$\boldsymbol{B}^*(\varphi, i) = \begin{cases} (\boldsymbol{B}^-(\varphi, i)) & \text{if } i \leq degree(\boldsymbol{B}, \varphi) \\ (\boldsymbol{B}^-(\neg\varphi, 0))^+(\varphi, i) & \text{otherwise} \end{cases}$$

where for all $\psi \in dom(\boldsymbol{B})$ *we define* $\boldsymbol{B}^-(\varphi, i)$ *as follows:*

1.) *For* ψ *with* $\boldsymbol{B}(\psi) > j_m$ *we have* $\boldsymbol{B}^-(\varphi, i)(\psi) = \boldsymbol{B}(\psi)$

2.) *for* ψ *with* $i < \boldsymbol{B}(\psi) \leq j_m$ *, suppose we have defined* $\boldsymbol{B}^-(\varphi, i)(\psi)$ *with* $\boldsymbol{B}(\psi) \leq j_{m-k}$ *for* $k = -1, 0, 1, 2, \ldots, n-1$ *then for* ψ *with* $\boldsymbol{B}(\psi) = j_{m-n}$ *we have*

$$\boldsymbol{B}^-(\varphi, i)(\psi) = \begin{cases} i & \text{if } \varphi \vdash \psi \text{ or } \varphi \nvdash \psi \text{ and } \psi \in \Gamma \\ \boldsymbol{B}(\psi) & \text{otherwise} \end{cases}$$

(Γ *is a minimal subset of* $\{\psi : \boldsymbol{B}(\psi) = j_{m-n}\}$ *such that* $\{\psi : \boldsymbol{B}^-(\varphi, i)(\psi) > j_{m-n}\} \cup \Gamma \vdash \varphi$ *)*

3.) *For* ψ *with* $\boldsymbol{B}(\psi) \leq i$ *we have* $\boldsymbol{B}^-(\varphi, i)(\psi) = \boldsymbol{B}(\psi)$

and for all $\psi \in dom(\boldsymbol{B}) \cup \{\varphi\}$ *we define* $\boldsymbol{B}^+(\varphi, i)$ *as follows:*

$$\boldsymbol{B}^+(\varphi, i)(\psi) = \begin{cases} \boldsymbol{B}(\psi) & \text{if } \boldsymbol{B}(\psi) > i \\ i & \text{if } \varphi \equiv \psi \text{ or } \boldsymbol{B}(\psi) \leq i < degree(\boldsymbol{B}, \varphi \rightarrow \psi) \\ degree(\boldsymbol{B}, \varphi \rightarrow \psi) & \text{otherwise} \end{cases}$$