Vortrag über “On the logic of Iterated Belief Revision“(Adnan Darwiche, Judea Pearl)

Jens Wächter

Universität Hamburg - Fachbereich Informatik

Vorgehen

- Die Autoren zeigen, dass mit Revisionsoperatoren, die auf Basis der AGM Postulate aufgestellt werden können, bei mehrfacher Revision Veränderungen an der Wissenbasis erfolgen, die nicht sinnvoll sind, da die AGM Postulate zu schwach sind
- Deshalb werden die AGM Postulate (in der Version von Katsuno und Mendelzon) überarbeitet und ersetzt
- sowie vier ergänzende Postulate zur iterierten Revision formuliert
- und eine Konstruktionsmöglichkeit eines Revisionsoperators, der konform bezüglich der neuen Postulaten ist, vorgestellt

Motivation

- Es kann sein, dass aus der Wissenbasis ein conditional belief (cb) ungerechtfertigterweise entfernt werden kann, ohne die AGM Postulate zu verletzen
- Es kann sein, dass ein conditional belief ungerechtfertigterweise in die Wissenbasis aufgenommen wird

Motivation(Beispiel 1)

- Ein Tier X wird beobachtet. Das Tier scheint wie ein Hund zu bellen, also wird der conditional belief, X ist kein Vogel und X kann nicht fliegen angenommen
- Für den Fall, dass X doch ein Vogel ist , würde der cb folgen, dass X ein Vogel ist und X fliegen kann
- Wird beobachtet, dass X fliegt, sollte cb, dass X fliegen kann, beibehalten werden.
- $$\begin{aligned} \psi &\equiv \neg\text{bird} \wedge \neg\text{flies} \\ \psi \circ \text{bird} &\equiv \text{bird} \wedge \text{flies} \\ (\psi \circ \text{flies}) \circ \text{bird} &\equiv \text{bird} \end{aligned}$$

Motivation(Beispiel 2)

- Wir lernen jemanden (X) kennen. Uns erscheint X intelligent und reich, aber wir nehmen an, dass X trotzdem intelligent und nicht reich oder nicht intelligent und reich sein kann.
- Nun erfahren wir, dass X nicht intelligent ist(aber weiterhin reich).
- Wenn wir diese Information revidieren, so sollte der cb, dass X reicht ist, weiterhin beibehalten werden.
-

$$\psi \equiv \text{smart} \wedge \text{rich}$$

$$\psi \circ \neg\text{rich} \equiv \text{smart} \wedge \neg\text{rich} \quad , \quad \psi \circ \neg\text{smart} \equiv \neg\text{smart} \wedge \text{rich}$$

$$(\psi \circ \neg\text{smart}) \circ \text{smart} \equiv \text{smart} \wedge \neg\text{rich}$$

AGM Postulate in KM Form

(R1) $\psi \circ \mu$ impliziert μ

(R2) Wenn $\psi \wedge \mu$ erfüllbar ist, dann ist $\psi \circ \mu \equiv \psi \wedge \mu$.

(R3) Wenn μ erfüllbar ist, dann ist $\psi \circ \mu$ auch erfüllbar.

(R4) Wenn $\psi_1 \equiv \psi_2$ und $\mu_1 \equiv \mu_2$, dann ist $\psi_1 \circ \mu_1 \equiv \psi_2 \circ \mu_2$.

(R5) $(\psi \circ \mu) \wedge \phi$ impliziert $\psi \circ (\mu \wedge \phi)$.

(R6) Wenn $(\psi \circ \mu) \wedge \phi$ erfüllbar ist, dann impliziert $\psi \circ (\mu \wedge \phi)$ $(\psi \circ \mu) \wedge \phi$

Definition von condition belief

Ein belief set ψ akzeptiert eine Aussage(proposition) β unter der Aussage α genau dann, wenn β mit der der Revision von ψ mit α folgt(entailed), also $\psi \circ \alpha \models \beta$. In diesem Fall ist β $|\alpha$ der conditional belief von ψ

Konstruktion des Revisionsoperators

- Treue Zuweisung(faithful assignment) : Eine treue Zuweisung ist eine Funktion, die aus einer Sprache $\mathcal{L}$ jeden Satz ψ aus $\mathcal{L}$ in eine totale Halbordnung($\leq_\psi$) auf die Welten der Sprache abbildet.
- Ein Revisionsoperator $\circ$ erfüllt die AGM Postulate, wenn es eine treue Zuweisung gibt, die jeden Satz ψ in eine totale Halbordnung abbildet so, dass

$$Mods(\psi \circ \mu) = \mathrm{min}(Mods(\mu), \leq_\psi).$$

- Es lassen sich mit den vorgeschlagenen Änderungen an den AGM Postulaten analoge Definitionen finden - alles bleibt wie es ist.

Modifikation der AGM Postulate

- Die Autoren schlagen vier ergänzende Postulate zum Revisionsoperator vor
- Eines dieser Postulate steht mit den ursprünglichen AGM Postulaten in Konflikt
- Um den Konflikt aufzulösen, lassen sich entweder die ursprünglichen AGM Postulate oder die vier zusätzlichen Postulate abschwächen
- Der gewählte Weg : eine Umformulierung der ursprünglichen AGM Postulate

Epistemische Zustände

- Die Überarbeitung der AGM Postulate beruht darauf, den Revisionsoperator auf epistemischen Zuständen anstelle von belief sets zu definieren.
- Jeder epistemische Zustand hat eine ihm zuordnungsbare Menge an belief sets ($Bel(\Psi)$).
- Da Ψ von $Bel(\Psi)$ nicht eindeutig charakterisiert wird, kann es sein, dass zwei unterschiedliche epistemische Zustände äquivalente belief sets haben.
- Nachfolgend : Abkürzung Ψ entspricht $Bel(\Psi)$, wenn Ψ im Rahmen einer Formel der Aussagenlogik steht, wohingegen aber $\Psi \circ \mu$ den epistemischen Zustand, der durch die Revision um μ entsteht, repräsentiert. Auch $\Psi = \Phi$ steht für den epistemischen Zustand.

Modifizierte AGM Postulate

(R⋆1) $\Psi \circ \mu$ impliziert μ

(R⋆2) Wenn $\Psi \wedge \mu$ erfüllbar ist, dann ist $\Psi \circ \mu \equiv \Psi \wedge \mu$.

(R⋆3) Wenn μ erfüllbar ist, dann ist $\Psi \circ \mu$ auch erfüllbar.

(R⋆4) Wenn $\Psi_1 = \Psi_2$ und $\mu_1 \equiv \mu_2$, dann ist $\Psi_1 \circ \mu_1 \equiv \Psi_2 \circ \mu_2$.

(R⋆5) $(\Psi \circ \mu) \wedge \phi$ impliziert $\Psi \circ (\mu \wedge \phi)$.

(R⋆6) Wenn $(\Psi \circ \mu) \wedge \phi$ erfüllbar ist, dann impliziert $\Psi \circ (\mu \wedge \phi)$ $(\Psi \circ \mu) \wedge \phi)$

Vergleich der AGM Postulate

- In der neuen Version der AGM Postulate wird der Revisionsoperator auf epistemische Zustände Ψ anstelle von belief sets ψ angewendet
- Postulat (R$\star$4) ist gegenüber (R4) abgeschwächt :
- (R4) Wenn $\psi_1 \equiv \Psi_2$ und $\mu_1 \equiv \mu_2$, dann ist $\Psi_1 \circ \mu_1 \equiv \Psi_2 \circ \mu_2$
  (R$\star$4) Wenn $\Psi_1 = \Psi_2$ und $\mu_1 \equiv \mu_2$, dann ist $\Psi_1 \circ \mu_1 \equiv \Psi_2 \circ \mu_2$.
- Während für Postulat (R4) ausreicht, dass die belief sets der epistemischen Zustände Ψ_1 und Ψ_2 äquivalent sind, so muss in (R$\star$4) der epistemische Zustand von Ψ_1 und Ψ_2 identisch sein.

Einschub:Alternatives Szenario(1)

- Rückschau : Eigentliches Problem besteht darin, dass bei iterierter Revision cbs ungerechtfertigterweise in das belief set aufgenommen oder daraus entfernt werden.
- In einem älterem Szenario nach Boutilier wird vorgeschlagen, dies durch eine Minimierung der Änderungen an cbs im Rahmen der AGM Postulate zu erreichen.
- Dies kann durch das Einfügen eines zusätzlichen Postulats geschehen :
  (CB) Wenn $\Psi \circ \mu \models \neg\alpha$, dann $(\Psi \circ \mu) \circ \alpha \equiv \Psi \circ \alpha$

Einschub:Alternatives Szenario(2)

- Das Postulat beseitigt die Probleme der cbs bei iterierter Revision
- Allerdings entstehen in den Fällen, in denen die zwar $\Psi \circ \mu \models \neg\alpha$, aber das Problem nicht im cb (μ), sondern im epistemischen Zustand Ψ zu finden ist, andere unpassende Folgerungen.

Einschub:Beispiel

- Ein unbekanntes Tier scheint zunächst ein Vogel zu sein. Eine spätere Beobachtung zeigt, dass das Tier rot ist, so dass geglaubt wird, das Tier ist ein roter Vogel.
- Ein Experte sagt, dass das Tier ein Säugetier ist, so dass das Tier kein Vogel sein kann.
- Es stellt sich die Frage, ob der Glaube, dass das Tier rot ist, weiterhin beibehalten werden soll. Nach (CB) muss dieser Glaube verworfen werden.
- (CB) Wenn $\Psi \circ \mu \models \neg\alpha$, dann $(\Psi \circ \mu) \circ \alpha \equiv \Psi \circ \alpha$
  Mit $\Psi \equiv \neg\alpha =$ Vogel und $\mu =$ rot folgt, dass die Beobachtung “Der Vogel ist rot“ verworfen werden muss.

Die vier ergänzenden Postulate

(C1) Wenn $\alpha \models \mu$, dann $(\Psi \circ \mu) \circ \alpha \equiv \Psi \circ \alpha$.

(C2) Wenn $\alpha \models \neg\mu$, dann $(\Psi \circ \mu) \circ \alpha \equiv \Psi \circ \alpha$.

(C3) Wenn $\Psi \circ \alpha \models \mu$, dann $(\Psi \circ \mu) \circ \alpha \models \mu$.

(C4) Wenn $\Psi \circ \alpha \not\models \neg\mu$, dann $(\Psi \circ \mu) \circ \alpha \not\models \neg\mu$.

(C1) Wenn $\alpha \models \mu$, dann $\Psi \models \beta \mid \alpha$ falls $\Psi \circ \mu \models \beta \mid \alpha$.

(C2) Wenn $\alpha \models \neg\mu$, dann $\Psi \models \beta \mid \alpha$ falls $\Psi \circ \mu \models \beta \mid \alpha$.

(C3) Wenn $\Psi \models \mu \mid \alpha$, dann $\Psi \circ \mu \models \mu \mid \alpha$.

(C4) Wenn $\Psi \not\models \neg\mu \mid \alpha$, dann $\Psi \circ \mu \not\models \neg\mu \mid \alpha$.

(μ, m)-conditionalization

- (μ, m)-conditionalization (von Wolfgang Spohn) ist eine Methode, mit der ein zu den Postulaten kampatibler Revisionsoperator $\bullet$ definiert werden kann.
- Basis davon ist eine ranking Funktion $\mathcal{K}$, die eine Menge von Welten auf Ordinalzahlen abbildet. Je kleiner die Ordinalzahl desto plausibler ist diese Welt.
- Diese Abbildung kann von Welten auf Aussagen erweitert werden, wenn verlangt wird, dass

$$\mathcal{K}(\mu) = \min_{\omega \models \mu} \mathcal{K}(\omega)$$

(μ, m)-conditionalization(2)

- Eine generelle (μ, m)-conditionalization ist eine Methode, die Rangfolge zu verändern, falls neue Aussage eintrifft. μ ist in diesem Fall die Aussage, m der Rang, den μ nach der Revision einnehmen soll.
- Die allgemeine Definition einer (μ, m)-conditionalization ist

$$\mathcal{K}_{\mu,m)}(\omega) = \begin{cases} \mathcal{K}(\omega) - \mathcal{K}(\mu), & \text{falls } \omega \models \mu; \\ \mathcal{K}(\omega) - \mathcal{K}(\neg\mu) + m, & \text{falls } \omega \models \neg\mu. \end{cases}$$

(μ, m)-conditionalization(2)

- Die spezielle Definition der (μ, m)-conditionalization in diesem Falle ist

$$(\mathcal{K} \bullet \mu)(\omega) =_{def} \mathcal{K}_{(\mu, \mathcal{K}(\neg\mu)+1)}(\omega) = \begin{cases} \mathcal{K}(\omega) - \mathcal{K}(\mu), & \text{falls } \omega \models \mu; \\ \mathcal{K}(\omega) + 1, & \text{falls } \omega \models \neg\mu. \end{cases}$$

- Eine Revision um μ steigert den Glauben an μ

Diskussion