

# **Logik von Fragen und Antworten Belnap & Steel (1976)**

**Seminar: Fragebeantwortung**

**Vortrag:**

**Hendrick Blanck & Konrad Scheel**

# Elementare Fragen

- Bei diesem Vortrag beschäftigen wir uns mit Elementaren Fragen
- Beim nächsten Vortrag stellen wir Elementar-ähnliche Fragen vor

# Elementare Fragen

- Notation einer Frage: Interrogativsatz  
(interrogative sentence, kurz interrogative)
- Unterscheidung: Frage vs. Interrogative

# Elementare Fragen

Fragen bestehen aus zwei Teilen:

- Subject
- Request

Zuerst beschäftigen wir uns mit dem Subject

# Subject

- Eine Frage präsentiert eine Reihe von Alternativen als Subject
- Zwei Fragen können das gleiche Subject haben aber verschiedene Antworten verlangen

→ Request

# Beispiel - Subject

- Welche Primzahlen liegen zwischen 10 und 20?
- Was ist ein Beispiel für eine Primzahl zwischen 10 und 20?

# Subject

- Zwei Arten von Fragen: Whether-Questions vs. Which-Questions
- Durch diese beiden Fragetypen werden alle elementaren Fragen abgedeckt

# Subject: Whether-Questions

- Fragen, deren Subject, also die Menge der Alternativen, endlich ist
- Z.B. Ja/Nein-Fragen

# Notation: Interrogative

- Notation von einem Interrogative:  
 $?p\sigma$

mit:

- ? als Funktion mit Request und Subject als Argumenten und einer Frage als Fktwert
- $p$  als Request
- $\sigma$  als Subject

# Subject: Whether-Questions

- $?p(A_1, \dots, A_n)$  ist die Form von einem Whether-Interrogative, mit:
- $(A_1, \dots, A_n)$  als Whether-Subject

# Subject: Which-Questions

- Fragen, deren Subject mittels Kategorie-Bedingungen und durch eine Matrix angegeben wird

# Beispiel – Which-Questions

- Welche positive ganze Zahl ist die kleinste Primzahl größer als 45?  
→ Unendliche Zahl an Alternativen
- $x$  ist die kleinste Primzahl größer als 45  
(Matrix)
- $x$  ist eine positive ganze Zahl  
(Kategorie-Bedingung)

# Subject: Which-Questions

- $?p(C_1x_1, \dots, C_r x_r, x_{r+1}, \dots, x_n // Ax_1, \dots, x_n)$   
ist die Form von einem Whether-Interrogative, mit:
- $x_1, \dots, x_n$  als nicht-leere Menge von Var. (Queriables)
- $C_1x_1, \dots, C_r x_r$  als mögl. leere Menge von Var. mit Kategoriebedingungen
- $Ax_1, \dots, x_n$  als Matrix

# Beispiel – Subject: Which- Questions

- Die Frage „Welche Primzahl liegt zwischen 10 und 20?“ hat als Subject:

(x ist eine positive ganze Zahl // x ist eine Primzahl zwischen 10 und 20)

# Antworten und Fragen

- Eine direkte Antwort ist nicht nur eine Aussage, sondern steht auch in Relation zu den Fragen, die sie beantwortet
- Eine Antwort beantwortet eine elementare Frage unter drei Gesichtspunkten:
  - Selection
  - Completeness-Claim
  - Distinctness-Claim

# Request

- Eine Elementare Frage ist ausreichend beschrieben durch ihr Subject und ihr Request, in welchem die vorigen drei Gesichtspunkte spezifiziert werden
- Man kann sagen eine Frage präsentiert mit ihrem Subject eine Reihe von Alternativen und fordert („requests“) dann den Antwortenden auf eine bestimmte Antwort auszuwählen

# Selection

- Eine direkte Antwort bietet eine Antwort zu ihrer Frage teilweise durch das Aussuchen (select) einer Teilmenge des Subjects
- Sie behauptet (zu recht oder unrecht) dass die ausgesuchten Alternativen alle wahr sind

# Selection

- Oftmals wird als direkte Antwort eine Alternative verwendet; dies muss aber nicht immer der Fall sein. Deshalb ist die Menge der Alternativen nicht die Menge der direkten Antworten

# Beispiel - Selection

- Welche Primzahl liegt zwischen 10 und 20?
- A: 13 ist eine Primzahl zwischen 10 und 20
- B: 13 und 15 sind Primzahlen zwischen 10 und 20
- A ist direkte Antwort zur Frage, B nicht.

# Selection-Size-Specification

- Fragen können nach genau einer Alternative als Antwort verlangen
  - single alternative selection-size specification
- Sie können aber auch keine obere Grenze für die Selection festlegen
  - almost nonlimiting selection-size specification (almost, da mind. eine Alternative gewählt werden soll)

## Beispiel - Selection-Size-Specification

- Was ist ein Beispiel für eine Primzahl zwischen 10 und 20?  
(Request für eine einzelne Alternative)
- Was sind einige der Primzahlen zwischen 10 und 20?  
(Request für unbestimmte Anzahl von Alternativen)

# Selection-Size-Specification

- Man kann eine minimale und eine maximale Anzahl an Alternativen als Antwort fordern
- Z.B. aus Kostengründen oder um Energie zu sparen

# Notation: Antworten

- Direkte Antworten haben eine der Formen S&C&D, S&C, S&D, S mit:
  - S als Selection
  - C als Completeness-Claim
  - D als Distinctness-Claim
- Nur die Selection muss in einer direkten Antwort auf jeden Fall vorhanden sein

# Notation: Antworten

- S kann als Konjunktion der als Antwort gewählten Alternativen angegeben werden
- Also z.B.  $(S_1 \& S_2 \& \dots \& S_n) \& C \& D$

# Notation: Interrogative

- Der Request kann im Interrogative mit dem Tripel (s, c, d) angegeben werden, mit:
  - s als Selection-Size-Specification
  - c als Completeness-Claim-Specification
  - d als Distinctness-Claim-Specification
- Ein Interrogativ hat also die Form  $?(s, c, d)\sigma$

# Notation: Interrogative

- Das  $s$  wird mit  $u^v$  angegeben, mit  $u, v \in \{1, 2, \dots\}$  und  $u \leq v$
- Um technische Schwierigkeiten zu umgehen ist 0 als Wert nicht erlaubt
- Gibt es keine Beschränkung nach oben, wird das  $u$  mit „-“ angegeben

# Beispiel - Interrogative

- $P(x)$  stehe für „ $x$  ist eine Primzahl zwischen 10 und 20“
- Die Frage „Was ist eine Primzahl zwischen 10 und 20?“ hat nun folgenden Interrogative:  $?(c_1 \text{ c } d)$  ( $x$  ist eine pos. Ganze Zahl //  $P(x)$ )

# Beispiel - Fortsetzung

- „P(17)&P(19)“ ist keine gültige Antwort, da die Selection-Size-Specification nicht erfüllt ist
- Bei P(1/2) wäre die Kategoriebedingung des Subjects nicht erfüllt
- Gültige Antworten wären z.B. P(6), P(13) etc.

# Completeness-Claim

- Bei manchen Fragen sollen die Antworten einen gewissen Grad an Vollständigkeit haben
- Bei der Frage „Was sind die Primzahlen zwischen 10 und 20?“ ist z.B. eine vollständige Antwort gefordert, eine unvollständige Antwort wäre falsch, da der Completeness-Claim nicht erfüllt ist

# Completeness-Claim-Specification

- Auch wenn nicht alle Antworten einen Completeness-Claim haben, muss jede Frage eine Completeness-Claim-Specification aufweisen
- Diese kann z.B. eine maximum completeness-claim-specification oder auch empty completeness-claim-specification sein

# Completeness-Claim- Specification

- Es gibt z.B. auch den 5% Completeness-Claim
- In ihrem Buch behandeln Belnap und Steel aber hauptsächlich den Maximum Completeness-Claim

# Notation: Antworten

- Der Completeness-Claim  $C$  wird mit  $f(\sigma, S)$  angegeben, mit
- $f$  als Fkt., die durch den gewünschten Completeness-Claim bestimmt ist
- $\sigma$  als Subject
- $S$  als Selection

# Notation: Interrogative

- Beim empty completeness-claim-specification wird das c mit „-“ dargestellt  
 $?(s - d)\sigma$
- Beim maximum completeness-claim-specification, wird das c mit „ $\forall$ “ dargestellt  
 $?(s \forall d)\sigma$

# Notation: Antworten

- $\text{Comp}(I, S)$  ist der Completeness-Claim von einem Interrogative  $I$ . Wird kein Completeness-Claim gemacht, ist Comp nicht definiert. Wird der Maximum Completeness-Claim gemacht, ist Comp definiert als  $\text{Max}(\sigma, S)$
- Direkte Antworten haben also eine der Formen:  $\text{S\&Comp}(I, S)$  & D,  $\text{S\&Comp}(I, S)$

# Fragetypen

Selection-size specification	Completeness-claim specification	
	Empty: -	Maximum: $\forall$
Single alternative $\bar{1}$ $1$	Single-example question $?(\bar{1} - d)\sigma$	Unique alternative question $?(\bar{1} \forall d)\sigma$
Almost nonlimiting $\bar{1}$	Some-examples question $?(\bar{1} - d)\sigma$	Complete list question $?(\bar{1} \forall d)\sigma$

# Distinctness-Claim

- Wenn in einer Selection keine Alternative mehrfach vorkommen soll, dann hat die Antwort einen Distinctness-Claim
- Gleiche Alternativen können z.B. als verschiedenen Benennungen eines „Dinges“ auftreten
- Bsp.: 5 und V oder Beckenbauer und Kaiser

# Notation: Antworten

- Der Distinctness-Claim  $D$  wird mit  $\text{Dist}(\sigma, S)$  angegeben, mit
  - $D$  als Fkt.
  - $\sigma$  als Subject
  - $S$  als Selection

# Notation: Interrogative

- Bei der empty distinctness-claim-specification wird das d mit „-“ dargestellt  
 $?(s\ c\ -)\sigma$
- Bei der nonempty distinctness-claim-specification, wird das d mit „≠“ dargestellt  
 $?(s\ c\ \neq)\sigma$

# Notation: Antworten

- $\text{Dist}(I, S)$  ist der Distinctness-Claim von einem Interrogative  $I$   
Wird kein Distinctness-Claim gemacht, ist  $\text{Dist}$  nicht definiert. Wird der Distinctness-Claim gemacht, ist  $\text{Dist}$  definiert als  $\text{Dist}(\sigma, S)$
- Direkte Antworten haben also eine der Formen:  $S\&C\& \text{Dist}(I, S)$ ,  
 $S\& \text{Dist}(I, S)$

# Beispiel – Distinctness-Claim

- Die Frage  
„Was sind die Quadratwurzeln von  $1/4$  ?“ kann  
z.B. den Interrogative  
?( $1 - \forall \neq$ )( $x$  ist rationale Zahl //  $x^2 = 1/4$ ) haben
- Als Antwort kommt z.B.  
 $((1/2)^2 = 1/4 \ \& \ (-1/2)^2 = 1/4) \ \& \ \text{Max}(\sigma, S) \ \& \ \text{Dist}(\sigma, S)$   
in Frage

# Beispiel – Fortsetzung

- $\text{Dist}(\sigma, S)$  bildet in diesem Fall auf  $(1/2 \neq -1/2)$  ab
- Wäre in der Selection auch  $2/4$  gewesen wäre  $\text{Dist}(\sigma, S)$   $(1/2 \neq -1/2) \& (-1/2 \neq 2/4) \& (1/2 \neq 2/4)$
- Die Antwort wäre also wegen dem falschen Distinctness-Claim falsch

# Vorschau

- Kurzer Rückblick zum heutigen Vortrag
- Andere / kürzere Schreibweisen
- Andere Fragetypen