

---

# Tabu-Search

## Einführung einer Meta-Heuristik

---

Clemens Heppner

[http://www.informatik.uni-hamburg.de/WSV/  
teaching/sonstiges/EwA.php](http://www.informatik.uni-hamburg.de/WSV/teaching/sonstiges/EwA.php)

28. November 2005

---

# Gliederung

---

- **Optimierungsprobleme**  
Fehleroberflächen
- **Local Search**  
Fehleroberfläche  
Nachbarschaftsbeziehungen
- **Tabu-Search**  
Grundkonzept  
Beispielprobleme
- **Abschluss/ Fazit**

---

# Gliederung

---

- **Optimierungsprobleme**
  - Fehleroberflächen
- Local Search
  - Fehleroberfläche
  - Nachbarschaftsbeziehungen
- Tabu-Search
  - Grundkonzept
  - Beispielprobleme
- Abschluss/ Fazit

# Was ist ein Optimierungsproblem?

---

- Bestmögliche Lösung gesucht
- Fehler-/ Bewertungsfunktion Mini-/ Maximieren
- Wichtig in der Praxis
- Beispiele
  - TSP
  - SAT
  - Stundenplan
  - ...

# Fehleroberflächen

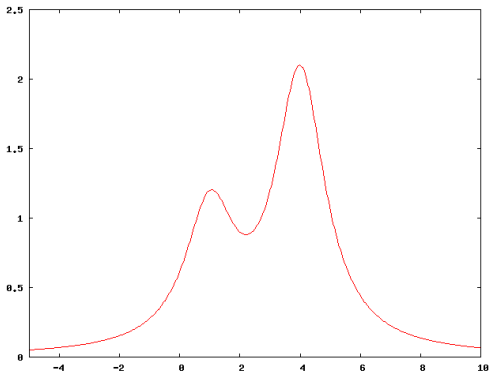
---

- Fehlerfunktion grafisch darstellbar für 1 oder 2 Dimensionen
- Oberfläche verfügt über
  - Globales Mini-/ Maximum
  - Lokale Mini-/ Maxima
  - Plateaus

# Fehleroberflächenbeispiel 2D

---

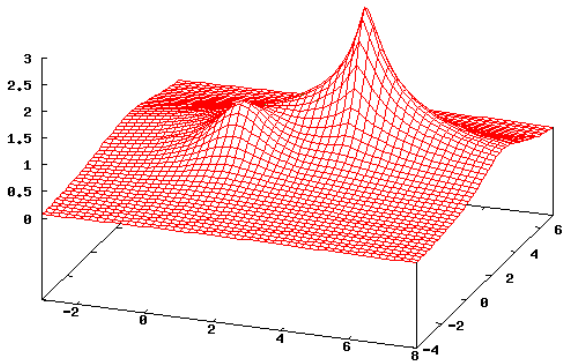
$$f(x) = \frac{1}{1+(1-x)^2} + \frac{2}{1+(4-x)^2}$$



# Fehleroberflächenbeispiel 3D

---

$$f(x, y) = \frac{1}{1+(1-x)^2+(1-y)^2} + \frac{2}{1+(4-x)^2+(6-y)^2}$$



---

# Gliederung

---

- Optimierungsprobleme  
Fehleroberflächen
- **Local Search**  
Fehleroberfläche  
Nachbarschaftsbeziehungen
- Tabu-Search  
Grundkonzept  
Beispielprobleme
- Abschluss/ Fazit

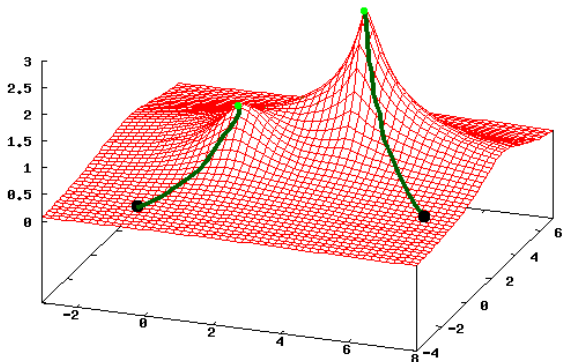
# Hillclimbing

---

- Startet mit einer zufälligen Lösung
- Sucht solange nach ähnlichen Lösungen, bis keine besseren mehr gefunden werden
- $\Rightarrow$  iteratives Verfahren
- Probleme
  - Erfolg hängt stark von Startposition ab
  - Kein Mechanismus zum Überwinden lokaler Minima
  - $\Rightarrow$  Bei großen Lösungsräumen mit vielen lokalen Minima unpraktikabel

# Fehleroberflächenbeispiel Hillclimbing

---



# Allgemein: Nachbarschaft

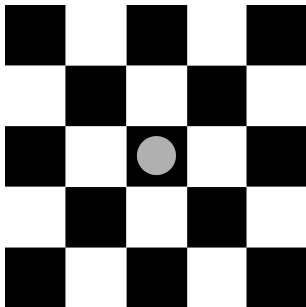
---

- Auf dem Lösungsraum kann eine Nachbarschaftsbeziehung definiert werden
- Jede Nachbarlösung ist von der Ursprungslösung durch einen Zug erreichbar
- Mögliche Züge legen die Nachbarn fest

# Nachbarschaft Beispiel: Dame

---

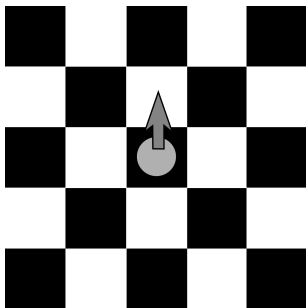
Lösungsraum: Jede mögliche Position  $(x, y)$  der Dame  
Hier:  $(3, 3)$



# Nachbarschaft Beispiel: Dame

---

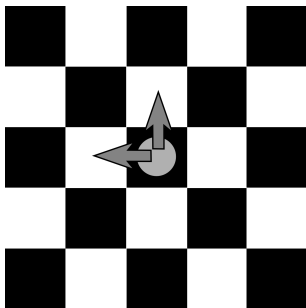
Ein möglicher Zug  $(3, 3) \rightarrow (3, 4)$



# Nachbarschaft Beispiel: Dame

---

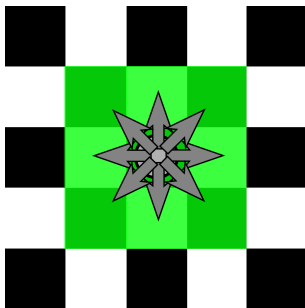
Die Züge  $(3, 3) \rightarrow (3, 4)$  und  $(3, 3) \rightarrow (2, 3)$



# Nachbarschaft Beispiel: Dame

---

Nachbarschaft der Lösung (3, 3)



---

# Gliederung

---

- Optimierungsprobleme  
Fehleroberflächen
- Local Search  
Fehleroberfläche  
Nachbarschaftsbeziehungen
- **Tabu-Search**  
Grundkonzept  
Beispielprobleme
- Abschluss/ Fazit

# Tabu-Search Grundkonzept I

---

*„The overall approach is to avoid entrainment in cycles by forbidding or penalizing moves which take the solution, in the next iteration, to points in the solution space previously visited.“(Fred Glover 1987)*

- Terminiert nicht in lokalen Optima
- Iterativ
- Vorherige Lösungen *tabu*
- Effizienz durch Gedächtnis  $\Rightarrow$  nicht naiv

# Tabu-Search Grundkonzept II

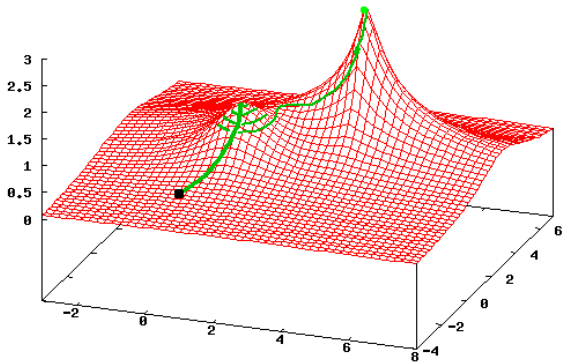
---

- Vorherige  $k$  Züge werden gespeichert
- Gespeicherte Züge sind 'tabu'
- $\Rightarrow$  Zyklen der Länge  $l \leq k$  werden verhindert
- Lässt sich flexibel erweitern durch
  - Aspiration
  - Recency
  - Frequency
  - Quality
  - Influence

# Fehleroberflächenbeispiel

## Tabu-Search

---



# Tabu-Search Beispielprobleme

---

- Rucksackproblem
- Graphenfärbung
- Circlefit
- Frequency-Assignment
- ...

---

# Gliederung

---

- Optimierungsprobleme  
Fehleroberflächen
- Local Search  
Fehleroberfläche  
Nachbarschaftsbeziehungen
- Tabu-Search  
Grundkonzept  
Beispielprobleme
- **Abschluss/ Fazit**

# Abschluss/ Fazit

---

- Optimierungsprobleme sind häufig nicht leicht zu lösen
- Hillclimbing ist ein einfaches iteratives Verfahren
- Tabu-Search ist effizienter durch Betrachtung des Suchverlaufs
- Tabu-Search lässt sich für viele Probleme flexibel einsetzen

# Referenzen

---

- Internet
  - <http://www.tabusearch.net/>
  - <http://www.cs.sandia.gov/opt/survey/ts.html>
- Bücher
  - „Tabu Search“, F. Glover and M. Laguna, Springer (1998), ISBN: 0792381874
  - „How to Solve It: Modern Heuristics“, Zbigniew Michalewicz, David B. Fogel, Springer (2004), ISBN: 3540660615