

Übungsblatt 3

Aufgabe 1.

Diese Aufgabe richtet sich an Studierende, die eine in der Vorlesung präsentierte Technik an einem einfachen Beispiel nachvollziehen wollen.

Geben Sie Tableau-Beweise für die folgenden Formeln an. (Tipp: bevor Sie anfangen sollten Sie kurz überlegen, was ein Tableau-Beweis zu einer Formel ist.)

$$(\neg P \supset Q) \supset ((P \supset Q) \supset Q)$$

$$(P \uparrow P) \uparrow P$$

Uniforme Notation:

	Konjunktiv			Disjunktiv	
α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$X \wedge Y$	X	Y	$\neg(X \wedge Y)$	$\neg X$	$\neg Y$
$X \not\supset Y$	X	$\neg Y$	$\neg(X \not\supset Y)$	$\neg X$	Y
$X \not\subset Y$	$\neg X$	Y	$\neg(X \not\subset Y)$	X	$\neg Y$
$X \downarrow Y$	$\neg X$	$\neg Y$	$\neg(X \downarrow Y)$	X	Y
$\neg(X \uparrow Y)$	X	Y	$X \uparrow Y$	$\neg X$	$\neg Y$
$\neg(X \supset Y)$	X	$\neg Y$	$X \supset Y$	$\neg X$	Y
$\neg(X \subset Y)$	$\neg X$	Y	$X \subset Y$	X	$\neg Y$
$\neg(X \vee Y)$	$\neg X$	$\neg Y$	$X \vee Y$	X	Y

Aufgabe 2.

Diese Aufgabe richtet sich an Studierende, die sich mit dem Prinzip des Tableaubeweisens in einer einfachen Aufgabe auseinandersetzen möchten.

Geben Sie mögliche Expansionsregeln für die sekundären Junktoren an, die ebenfalls die in der Beobachtung geschilderte Bedingung erfüllen.

Begründen Sie die Korrektheit Ihres Vorschlags.

Aufgabe 3.

Diese Aufgabe richtet sich an Studierende, die ausgehend von dem Vorlesungsstoff die Anwendung der Prinzipien auf neue Systeme ausprobieren möchten.

Überlegen Sie, wie die Expansionsregeln für Tableaubeweise im Rahmen dreiwertige Lukasiewicz Systems für die Junktoren

- Negation
 - Disjunktion
 - Implikation
- formuliert werden müssen.

Geben Sie einen Tableau-Beweis mittels markiertem Tableau für das dreiwertige Lukasiewicz-System für die folgende Formel an, wobei **t** und **i** beide als designierte Wahrheitswerte anzusehen sind:

$$\neg((A \wedge (A \supset B)) \wedge \neg B)$$

Worin unterscheidet sich das gebildete Tableau vom entsprechenden Tableau basierend auf der zweiwertigen Logik?

Bilden Sie die erforderlichen Tableaux um festzustellen, ob

$$\neg((A \wedge B) \wedge \neg B)$$

in dem dreiwertigen Lukasiewicz-System eine Tautologie ist, wobei diesmal nur **t** als designierter Wahrheitswert anzusehen ist.

Interpretieren Sie das Ergebnis und vergleichen Sie die gebildeten Tableaux mit dem entsprechenden Tableau der zweiwertigen Logik.