Logik (FGI3) – Wintersemester 2008/09
Carola Eschenbach
Ausgabe: 27.10.08 – Austausch der Lösungen: 10.11.08 – Korrekturen an CE: 17.11.08 – Rückgabe: 24.11.08

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.
(Zu Foliensatz 2)

a) Beweisen Sie:
Sind zwei Formeln F, G $\in \mathcal{For}(\mathcal{L}_{AL})$ gegeben, so dass G (als Zeichenkette betrachtet) Teil von F ist, dann ist G auch Teilformel von F.

b) Erläutern Sie, in welcher Hinsicht die unter a) bewiesene Eigenschaft wichtig für formale Sprachen sein kann.

Aufgabe 2.
(Zu Foliensatz 2).

Definition
Sei D eine beliebige Menge und f: D $\rightarrow$ D eine Abbildung von D nach D. $x \in$ D ist genau dann ein *Fixpunkt von f*, wenn f(x) = x.

Wir betrachten nun die Menge $\mathcal{ZK}(\mathcal{L}_{AL})$ aller Zeichenketten über dem aussagenlogischen Alphabet. (In $\mathcal{ZK}(\mathcal{L}_{AL})$ sollen also auch Zeichenketten enthalten sein, die keine Formeln sind, z.B. ') ∧∨(¬ (').

Und wir betrachten die Funktion Anr: $2^{\mathcal{ZK}(\mathcal{L}AL)} \rightarrow 2^{\mathcal{ZK}(\mathcal{L}AL)}$, die Mengen von Zeichenketten auf Mengen von Zeichenketten abbildet, gemäß folgender Vorschrift:

$$\mathrm{Anr}(\mathbf{M}) = \{\neg X \mid X \in \mathbf{M}\} \cup \{(X \oplus Y) \mid X, Y \in \mathbf{M}, \oplus \text{ ist Junktor}\} \cup \mathcal{At}(\mathcal{L}_{AL})$$

Zeigen Sie:
a) Die Menge der aussagenlogischen Formeln ($\mathcal{For}(\mathcal{L}_{AL})$) ist ein Fixpunkt der Funktion Anr.
b) Wenn $\mathbf{M} \subseteq \mathcal{ZK}(\mathcal{L}_{AL})$ ein Fixpunkt der Funktion Anr ist, dann ist auch $\mathcal{For}(\mathcal{L}_{AL}) \subseteq \mathbf{M}$.
[$\mathcal{For}(\mathcal{L}_{AL})$ ist der (bzgl. Mengeninklusion) kleinste Fixpunkt bzgl. Anr]