Logik (FGI3) – Wintersemester 2008/09
Carola Eschenbach
Ausgabe: 5.1.09 – Austausch der Lösungen: 12.1.09 – Korrekturen an CE: 19.1.09 – Rückgabe: 26.1.09

Übungsblatt 4

Aufgabe 1

Geben Sie Tableau-Beweise für die folgenden Formeln an:
(Aber Vorsicht ! nicht alle sind beweisbar. Wie erkennen sie diese?)

1. $(\exists x)\ (\forall y)\ R(x, y) \supset (\forall y)\ (\exists x)\ R(x, y)$
2. $(\forall x)\ (\exists y)\ (\forall z)\ (\exists w)\ (R(w, z) \supset R(x, y))$
3. $(\exists x)\ (P(x) \vee Q(x)) \supset ((\exists x)\ P(x) \vee (\exists x)\ Q(x))$
4. $((\exists x)\ P(x) \vee (\exists x)\ Q(x)) \supset (\exists x)\ (P(x) \vee Q(x))$
5. $(\exists x)\ (P(x) \wedge Q(x)) \supset ((\exists x)\ P(x) \wedge (\exists x)\ Q(x))$
6. $((\exists x)\ P(x) \wedge (\exists x)\ Q(x)) \supset (\exists x)\ (P(x) \wedge Q(x))$

Aufgabe 2

Definition

Eine prädikatenlogische Sprache (erster Stufe) ist genau dann monadisch,
wenn alle Relationssymbole die Stelligkeit 1 haben
und es keine Funktionssymbole gibt.

Beweisen Sie folgendes:
Lemma Ü-4.2
Zu jeder Formel der monadischen Prädikatenlogik erster Stufe gibt es eine äquivalente Formel, bei der im Skopus eines Quantors kein Quantor und keine freie Variable vorkommt.
Beispiel : $(\exists x)\ (P(x) \vee Q(x)) \supset ((\exists x)\ P(x) \vee (\exists x)\ Q(x))$
ist so eine Formel.

Tipp: Die technischen Details dieses Beweises könnten etwas aufwändig sein. Deshalb am Besten erstmal mit einer Beweisskizze beginnen und erläutern, welche Details noch fehlen und weshalb man zuversichtlich ist, dass sie sich noch ausbuchstabieren lassen.

Aufgabe 3

Beweisen Sie folgendes Lemma unter Rückgriff auf das Lemma Ü-4.2. (Auch wenn sie das Lemma Ü-4.2 nicht bewiesen haben, können Sie es für diesen Beweis verwenden.)

Lemma Ü-4.3
In einer monadischen Prädikatenlogik erster Stufe ist jede geschlossene Formel eine AE-Formel.