Wissensrepräsentation

Christopher Habel, Carola Eschenbach
Universität Hamburg, FB Informatik
AB Wissens- und Sprachverarbeitung (WSV)

Sommersemester 2003

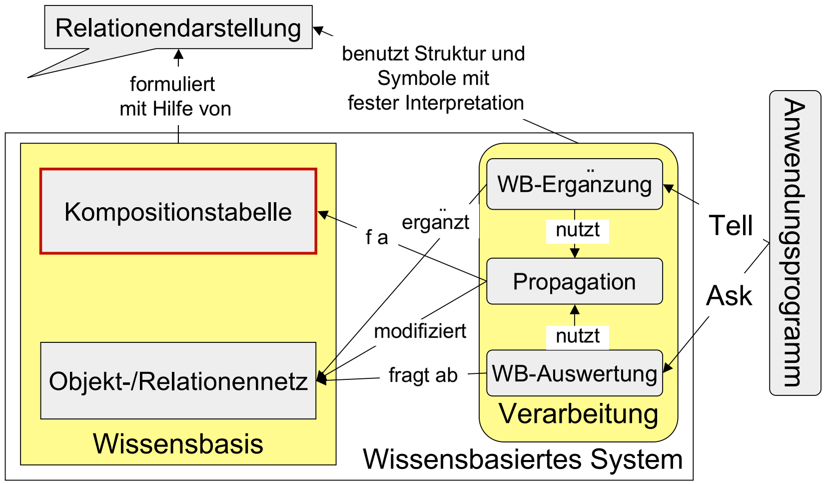
Wissensrepräsentation
–
Christopher Habel, Carola Eschenbach

Sommersemester 2003

Sitzung 12: Constraintverarbeitung

- Aufbau von Relationensystemen für Constraintverarbeitung
- Gut verarbeitbare Sprachfragmente

Wissensbasiertes System mit Relationen und Kompositionstabellen



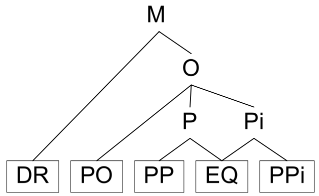
Aufbau von Relationensystemen und Kompostionstabellen

Direkter Ansatz
- aus der Anschauung motiviert
- Aufzählung von Basisrelationen (mit Angabe von intendierten Interpretationen)
- Manuelle Bestimmung der Kompositionstabelle

Axiomatischer Ansatz
- Spezifikation von primitiven Relationen (Axiome)
  - ‚Taxonomie' (‚Subsumption', Exklusivität)
  - Reflexivität, Symmetrie
  - Kompositionsaxiome für primitive Relationen
- Definition von Basisrelationen
- Kompositionstabelle als Sammlung von Theoremen

Beispiel: Mereologische Relationen (RCC-5)

∨	DR	PO	PPi	EQ	PP
DR	M	~Pi	DR	DR	~Pi
PO	~P	M	~P	PO	PO PP
PP	DR	~Pi	M	PP	PP
EQ	DR	PO	PPi	EQ	PP
PPi	~P	PO PPi	PPi	PPi	O



P: Teil von — Pi: hat als Teil — PP: echter/eigentlicher Teil von
O: Überlappung — DR: Disjunktheit — PO: partielle/echte Überlappung
EQ: Äquivalenz/Identität/Gleichheit

Taxonomy based presentation

Disjuctive form

$\forall x\, y\, z\, [PO(x, y) \wedge PP(y, z) \rightarrow (PO(x, z) \vee PP(x, z))]$

Taxonomic Systems of Relations: Axioms

Taxonomic Relations

- Inclusion, exclusiveness, and exhaustion

[Incl_{ij}] $\forall x\, y\, [R_i(x, y) \rightarrow R_j(x, y)]$

[Excl_{ij}] $\forall x\, y\, [R_i(x, y) \rightarrow \neg R_j(x, y)]$

[Exh] $\forall x\, y\, [R_1(x, y) \vee R_2(x, y) \vee \ldots \vee R_n(x, y)]$

(Taxonomic) Definitions

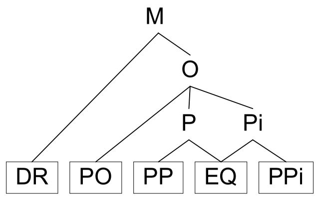
- Disjunction, conjunction, negation of relations

[Def_z] $\forall x\, y\, [R_z(x, y) \leftrightarrow R_i(x, y) \vee \ldots \vee R_k(x, y)]$

[Def_z] $\forall x\, y\, [R_z(x, y) \leftrightarrow R_i(x, y) \wedge \ldots \wedge R_k(x, y)]$

[Def_z] $\forall x\, y\, [R_z(x, y) \leftrightarrow \neg R_i(x, y)]$

Taxonomy of Mereological Relations



Primitive relations

- P, O

Taxonomic axiom

[A1] $\forall x\, y\, [P(x, y) \rightarrow O(x, y)]$

Definitions

[Def1] $\forall x\, y\, [EQ(x, y) \leftrightarrow P(x, y) \wedge Pi(x, y)]$

[Def2] $\forall x\, y\, [PP(x, y) \leftrightarrow P(x, y) \wedge \neg Pi(x, y)]$

[Def3] $\forall x\, y\, [PPi(x, y) \leftrightarrow Pi(x, y) \wedge \neg P(x, y)]$

[Def4] $\forall x\, y\, [DR(x, y) \leftrightarrow \neg O(x, y)]$

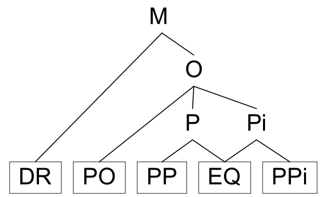
[Def5] $\forall x\, y\, [PO(x, y) \leftrightarrow O(x, y) \wedge \neg P(x, y) \wedge \neg Pi(x, y)]$

[Def6] $\forall x\, y\, [Pi(x, y) \leftrightarrow P(y, x)]$

Basic relations (atomic relations)

- DR, PO, PP, EQ, PPi
- an **atomic relation** is subsumed by every relation it does not exclude

Taxonomy of Mereological Relations (primitives are basic)



Primitive Relations = basic relations

- DR, PO, PP, EQ, PPi

Exclusiveness and Exhaustiveness

$\forall x\, y\, [DR(x, y) \rightarrow \neg PO(x, y)]$

…

…

$\forall x\, y\, [DR(x, y) \vee PO(x, y) \vee PP(x, y) \vee EQ(x, y) \vee PPi(x, y)]$

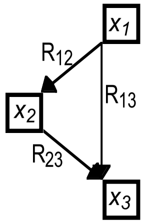
Definitions

$\forall x\, y\, [P(x, y) \leftrightarrow PP(x, y) \vee EQ(x, y)]$

$\forall x\, y\, [Pi(x, y) \leftrightarrow PPi(x, y) \vee EQ(x, y)]$

$\forall x\, y\, [O(x, y) \leftrightarrow PO(x, y) \vee P(x, y) \vee Pi(x, y)]$

Reflexivity and Converseness



Reduction of network

- One base relation is reflexive

  $R_{ii} = R_{ref}$
- Every relation has a converse/inverse relation

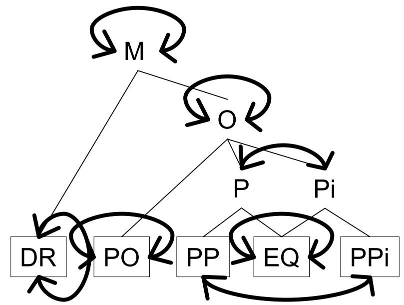
  $R_{ij}(x_i, x_j) \leftrightarrow R_{ji}(x_j, x_i)$

Example: Mereology

- Primitive relations P and O

[Ref_P]	$\forall x\, [P(x, x)]$
[Def6]	$\forall x\, y\, [Pi(x, y) \leftrightarrow P(y, x)]$
[Sym_O]	$\forall x\, y\, [O(x, y) \rightarrow O(y, x)]$

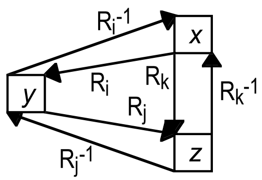
Inverse Relations



Taxonomic axioms

[Def6]	$\forall x\, y\, [Pi(x, y) \leftrightarrow P(y, x)]$
[Sym_O]	$\forall x\, y\, [O(x, y) \rightarrow O(y, x)]$

Redundancies in Composition Tables

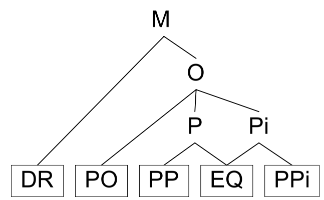


Equivalent formulae

[CX]	$\forall x\, y\, z\, [R_i(x, y) \wedge R_j(y, z) \rightarrow R_k(x, z)]$
[CX1]	$\forall x\, y\, z\, [R_j(y, z) \wedge \neg R_k^{-1}(z, x) \rightarrow \neg R_i^{-1}(y, x)]$
[CX2]	$\forall x\, y\, z\, [\neg R_k^{-1}(z, x) \wedge R_i(x, y) \rightarrow \neg R_j^{-1}(z, y)]$
[CX3]	$\forall x\, y\, z\, [R_j^{-1}(z, y) \wedge R_i^{-1}(y, x) \rightarrow R_k^{-1}(z, x)]$
[CX4]	$\forall x\, y\, z\, [\neg R_k(x, z) \wedge R_j^{-1}(z, y) \rightarrow \neg R_i(x, y)]$
[CX5]	$\forall x\, y\, z\, [R_i^{-1}(y, x) \wedge \neg R_k(x, z) \rightarrow \neg R_j(y, z)]$

Example: CT for Transitivity of P

v	DR	PO	PPi	EQ	PP
DR	M	M	~P	PO DR	~Pi
PO	M	M	~P	PO DR	~Pi
PP	~Pi	~Pi	M	PP	PP
EQ	PO DR	PO DR	PPi	EQ	PP
PPi	~P	~P	PPi	PPi	M

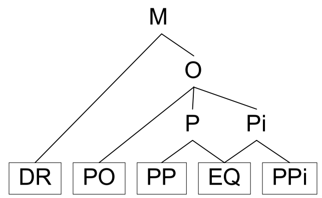


Transitivity of P

[CP]	$\forall x\, y\, z\, [P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow P(x, z)]$
[CP1]	$\forall x\, y\, z\, [P(y, z) \wedge \neg Pi(z, x) \rightarrow \neg Pi(y, x)]$
[CP2]	$\forall x\, y\, z\, [\neg Pi(z, x) \wedge P(x, y) \rightarrow \neg Pi(z, y)]$
[CP3]	$\forall x\, y\, z\, [Pi(z, y) \wedge Pi(y, x) \rightarrow Pi(z, x)]$
[CP4]	$\forall x\, y\, z\, [\neg P(x, z) \wedge Pi(z, y) \rightarrow \neg P(x, y)]$
[CP5]	$\forall x\, y\, z\, [Pi(y, x) \wedge \neg P(x, z) \rightarrow \neg P(y, z)]$

Example: Interaction of O and P

∨	DR	PO	PPi	EQ	PP
DR	M	~Pi	DR	DR	~Pi
PO	~P	M	M	O	O
PP	DR	M	M	O	O
EQ	DR	O	O	O	O
PPi	~P	O	O	O	O

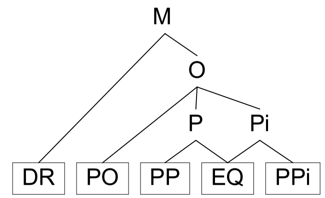


Upward Inheritance of O

[CP] $\forall x\, y\, z\, [O(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow O(x, z)]$

Beispiel: Mereologische Relationen (RCC-5)

∨	DR	PO	PPi	EQ	PP
DR	M	~Pi	DR	DR	~Pi
PO	~P	M	~P	PO	PO PP
PP	DR	~Pi	M	PP	PP
EQ	DR	PO	PPi	EQ	PP
PPi	~P	PO PPi	PPi	PPi	O



Zusammenfassung der beiden Tafeln (Durchschnitt)

Test

- Modellgenerierung für die bestehenden Einträge

The Axiomatic System for Mereological Composition

Mereological taxonomy

[Ref_P] $\forall x\, [P(x, x)]$

[Sym_O] $\forall x\, y\, [O(x, y) \rightarrow O(y, x)]$

[A1] $\forall x\, y\, [P(x, y) \rightarrow O(x, y)]$

Mereological composition

[CP] $\forall x\, y\, z\, [P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow P(x, z)]$

[CO] $\forall x\, y\, z\, [O(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow O(x, z)]$

General (syntactic) characteristics

- Prenex form does not contain existential quantifier

➔ a strongly terminological system

Theory formats

Terminological Theories

- Equivalent to formula $\forall y_1 \ldots y_m\, \Theta(y_1, \ldots, y_m)$
  - in prenex normal form without defined term prefix without existential quantifier.
- If satisfiable in a domain with n elements, then satisfiable in every domain with less than n elements.

➢ Satisfiable iff satisfiable in a domain with one element.

• Strongly Terminological Theories

- Equivalent to formula $\forall y_1 \ldots y_m\, \Theta(y_1, \ldots, y_m)$
  - in prenex normal form without defined term or **identity** prefix without existential quantifier.
- If satisfiable in a domain with n elements, then satisfiable in every domain with more elements.

➢ If satisfiable, then satisfiable in every domain.

Network of Constraints

Equivalent to formula $\Phi(x_1, \ldots, x_n)$

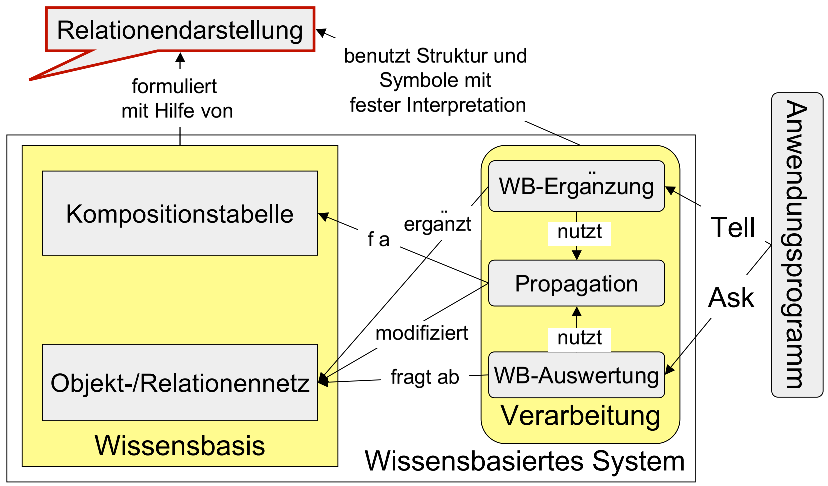
- $x_1, \ldots, x_n$: free variables, no quantifiers within Φ

Combined with CT, inferences with CP

$\Phi(x_1, \ldots, x_n) \wedge \forall y_1 \ldots y_m\, \Theta(y_1, \ldots, y_m)$

- Satisfiable iff satisfiable in a domain with at most n elements.
- Minimal complexity of models is determined by the complexity of the network of constraints.

Wissensbasiertes System mit Relationen und Kompositionstabellen



Sprach-Fragmente

Systematische Beschränkung

- nicht alle Disjunktionen von Basisrelationen als Initialbewertung zulassen
  - das kann auch die Menge der Disjunktionen in der Propagation beschränken

Abschlussbedingungen

- Zu jeder Relation im Fragment muss die konverse Relation auch zum Fragment gehören
- Zu zwei Relationen im Fragment müssen die Konjunktion (Durchschnitt) und die Komposition (lt. Tabelle) zum Fragment gehören
  - Es kann nicht zu jeder Basisrelation die Negation zum Fragment gehören
- Gehören die Basisrelationen zum Fragment, dann ist definitive Information ausdrückbar

Gut verarbeitbare Fragmente (tractable)

- ermöglichen Erfüllbarkeitsbestimmung allein durch Constraint-Propagation (SAT wird durch CP gelöst)
- ➢ Zu einigen Relationensystemen sind maximale, gut verarbeitbare Relationenmengen bekannt (Nebel & Bürckert 1995, Renz & Nebel 1998)
  - maximal: Ergänzung um weitere Relationen (unter Berücksichtigung der Abschlussbedingungen) liefert ein nicht-gut verarbeitbares Fragment
  - RCC-8: 148 von 256 Relationen
  - Intervall-Relationen: 868 von 8192 Relationen

Verfeinerung des Backtracking

Bei Kenntnis von gut verarbeitbaren Fragmenten

- Bei Verzweigungen (Wertbestimmung) wähle Kante mit einer Relation, die nicht zum gutartigen Fragment gehört
- Wähle als Werte eine Zerlegung der Relation in Relationen des gutartigen Fragments

Beobachtungen

- Sobald alle Kanten gutartige Relationen tragen, ist kein weiteres Absteigen (Beschränkung der Tiefe des Suchbaums) mehr erforderlich.
- Die Anzahl der Alternativen (Breite des Suchbaums) wird reduziert (im Vergleich zur Festlegung auf Basisrelationen)

Abschluss Relationensysteme

Systeme binärer Relationen

- können eine taxonomische Struktur aufweisen
- erlauben die Bestimmung/Definition von
  - konversen/inversen Relationen
  - (atomaren) Basisrelationen
- können durch Kompositionsrestriktionen strukturiert sein
  - Kompositionstabellen für Basisrelationen reichen für die Bestimmung aller Kompositionsrestriktionen aus
- sind mit Relationenalgebren verwandt
  - aber im allgemeinen weniger stark restringiert

Constraint-Netze

für Systeme binärer Relationen

- Knoten stehen für Objekte der Domäne
- Kanten sind durch (Disjunktionen von Basis-)Relationen markiert
  - dieses schränkt die Ausdrückbarkeit von Constraints ein, z.B $R(x, y) \vee S(y, z)$ ist nicht direkt ausdrückbar
- Constraints zwischen Kantenmarkierungen ergeben sich aus Kompositionsrestriktionen
- Kompositionsrestriktionen sind in Kompositionstabellen erfasst
- Constaint-Propagation ist im allgemeinen nicht für die Erkennung von Erfüllbarkeit ausreichend
  - ➢ Einschränkung der Relationenmenge

Übung: Constraints

Wumpus-Welt

- Welcher Teil des Wissens kann durch Constraints repräsentiert werden?
- Welches sind die Knoten in dem Constraint-Graph?
- Welche Arten von Constraints (Stelligkeit) treten auf?
- Wie verändert sich der Constraint-Graph während der Goldsuche?