

## Wissensrepräsentation

Christopher Habel, Carola Eschenbach  
Universität Hamburg, FB Informatik  
AB Wissens- und Sprachverarbeitung (WSV)

Sommersemester 2003

## Wissensrepräsentation

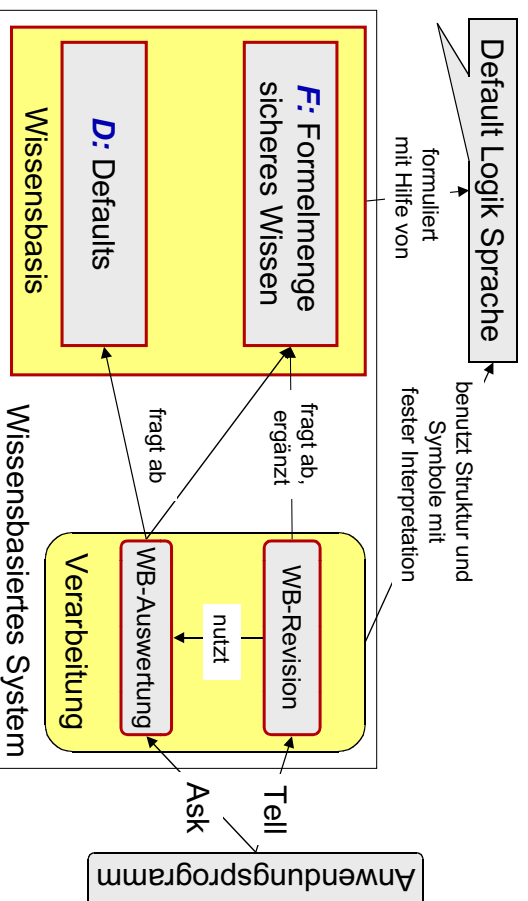
–

Christopher Habel, Carola Eschenbach  
Sommersemester 2003

### Sitzung 18: Default Logik

- Das Basis-System von Reiter
- Schliessen mit Defaults
- Extensionen
- Beziehung zu Vererbungsnetzen

### Wissensbasiertes System mit Default Logik



### Literatur

#### Zur Default Logik

David Poole. Default Logic. In D. Gabbay, C. Hogger, and J. Robinson (eds.), *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming, Volume 3: Nonmonotonic Reasoning and Uncertain Reasoning*, Oxford University Press (1994), pp. 189 – 215.

Raymond Reiter (1980). A Logic for Default Reasoning. *Artificial Intelligence*, 13. 81-132.

James Delgrande & Torsten Schaub. (2001). The Role of Default Logic in Knowledge Representation. In J. Minker (ed.), *Logic-Based Artificial Intelligence*, (pp. 107-126), Kluwer: Dordrecht

## Reiters Default Logik ( $\mathcal{RDL}$ )

### Nicht-monotone Erweiterung klassischer Theorien

**Definition:** Eine **Default Theorie** ist ein Paar

$\Delta = \langle F, D \rangle$ , mit

- $F$  ist eine Menge geschlossener Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe ( $\mathcal{PLI}$ ), ( $F \approx \text{facts}$ )
- $D$  ist eine Menge von „**defaults**“. Defaults sind Ausdrücke einer Spracherweiterung über der  $\mathcal{PLI}$

Anderere Bezeichnungsweisen

- Statt  $F$  wird auch  $W$  ( $\approx \text{facts}$ )
- Statt  $\Delta = \langle F, D \rangle$  auch  $\Delta = \langle D, W \rangle$
- Statt **default** auch **Defaultregel** / **default rule**

## Die Syntax von Defaults

**Definition**

Ein **Default**  $\delta$  hat die Form,

$$\frac{\alpha : \beta_1 \dots \beta_m}{w}$$

wobei  $\alpha$ ,  $\beta_i$  ( $m \geq 1$ ) und  $w$  offene Formeln aus  $\mathcal{PLI}$ .

- $\alpha$  wird als Vorbedingung / precondition (kann leer sein)
- $\beta_i$  wird als Rechtfertigung / justification ( $m \geq 1$ )
- $w$  wird als Konsequenz / consequence des Defaults bezeichnet.

**Intendierte Interpretation (informell)**

Falls  $\alpha(c)$  eine Instanz von  $\alpha$  zum Faktenwissen der KB gehört, und alle  $\beta_i(c)$  konsistent mit der KB sind, dann kann auf  $w(c)$  geschlossen werden.

## Defaults: Einführendes Beispiel

$elephant(x) : gray(x)$

Falls  $x$  ein Elefant ist (KB),  
und es konsistent zur KB ist, dass  
 $x$  grau ist,  
dann kann darauf geschlossen  
werden, dass  $x$  grau ist.

$gray(x)$

1.  **$elephant(Clyde)$** : solange  **$gray(Clyde)$**  konsistent zur KB ist, kann  **$gray(Clyde)$**  erschlossen werden.
2. zusätzlich:  **$royal\_elephant(Clyde)$**  und  **$\forall x \text{ royal\_elephant}(x) \Rightarrow \neg gray(x)$** 
  - Es ist nicht konsistent zur KB,  **$gray(Clyde)$**  anzunehmen, also kann  **$gray(Clyde)$**  nicht erschlossen werden.  
[  $\neg gray(Clyde)$  ist erschliessbar, via Modus Ponens. ]

## Defaults: Ein weiteres Beispiel

Falls  $x$  und  $y$  Geschwister sind,  
und nichts gegenteiliges über ihre Eltern bekannt ist,  
dann kann darauf geschlossen werden, dass  $x$  und  $y$  die  
gleichen Eltern haben.

$geschwister(x,y) : mutter(x)=mutter(y) \wedge vater(x)=vater(y)$

$mutter(x)=mutter(y) \wedge vater(x)=vater(y)$

- Diese Interpretation von  **$geschwister$**  kann als gemeinsamer Oberbegriff für „leibliche Geschwister“, „Halbgeschwister“ und „Stiefgeschwister“ verwendet werden.

## Schliessen mit Defaults: Gerechtfertigte Konsequenzen

Gegeben eine **Default Theorie**  $\Delta = \langle F, D \rangle$ .

Vernünftige Mengen von impliziten, d.h. ableitbaren, Wissensentitäten:

1. Das sichere Wissen aus  $F$ . [  $\alpha \in F$  ]
2. Das aus  $F$  mit klassischen logischen Verfahren ableitbare Wissen. [  $F \vdash \alpha$  ]
3. Das in Bezug auf  $F$  unter Verwendung von Defaults aus  $D$  plausible Wissen. [  $F \vdash_{\Delta} \alpha$  ]
4. Zu Klären: Inwieweit soll unter Verwendung von Defaults erschlossenes Wissen für weitere Schlüsse herangezogen werden?

## Typen von Defaults

- Ein Default  $\delta$  heisst **geschlossen**, wenn er keine freien Variablen enthält. Anderenfalls heisst er offen.
- Eine **Instanz** eines Defaults ist das Resultat einer uniformen Substitution aller freien Variablen des Defaults durch geschlossene Terme.

• Ein Default ist **normal**, falls er die Form  $\frac{\alpha : w}{w}$  hat.

• Ein Default ist **semi-normal**, falls er die Form  $\frac{\alpha : \beta}{w}$  hat, und  $\beta \vdash w$  in  $\mathcal{PL1}$  bzgl. des Faktenwissens  $F$ .

## Rechtfertigungen mit Defaults: Nicht-normale Defaults

$$D \quad \delta = \frac{\text{bird}(x) : \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}{\text{flies}(x)}$$

$F$   $\text{bird}(\text{Tweety}), \text{bird}(\text{Polly}), \text{baby}(\text{Polly}), \neg \text{flies}(\text{Fred})$

Rechtfertigung existiert für

•  $\text{flies}(\text{Tweety})$  wg. Konsistenz mit  $F$  bzgl.  $\delta$

Keine Rechtfertigung existiert für

•  $\neg \text{baby}(\text{Tweety})$  wg. Inkonsistenz mit  $F$  bzgl.  $\delta$

•  $\text{flies}(\text{Polly})$  wg. Inkonsistenz mit  $F$  bzgl.  $\delta$

•  $\neg \text{bird}(\text{Fred})$  wg. Inkonsistenz mit  $F$  bzgl.  $\delta$

## Rechtfertigungen mit Defaults: Arbeitsteilung zwischen Vorbedingung und Rechtfertigung

$$D \quad \delta = \frac{\text{bird}(x) : \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}{\text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}$$

$F$   $\text{bird}(\text{Tweety}), \text{bird}(\text{Polly}), \text{baby}(\text{Polly}), \neg \text{flies}(\text{Fred})$

Rechtfertigung existiert für

•  $\text{flies}(\text{Tweety}), \neg \text{baby}(\text{Tweety})$  wg. Konsistenz mit  $F$  bzgl.  $\delta$

Keine Rechtfertigung existiert für

•  $\text{flies}(\text{Polly})$  wg. Inkonsistenz mit  $F$  bzgl.  $\delta$

•  $\neg \text{bird}(\text{Fred})$  wg. Inkonsistenz mit  $F$  bzgl.  $\delta$

## Rechtfertigungen mit Defaults: Leere Vorbedingung

$$D \quad \delta = \frac{\text{bird}(x) \Rightarrow \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}{\text{bird}(x) \Rightarrow \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}$$

$$F \quad \text{bird}(\text{Tweety}), \text{bird}(\text{Polly}), \text{baby}(\text{Polly}), \neg \text{flies}(\text{Fred})$$

Rechtfertigung existiert für

- $\text{flies}(\text{Tweety}), \neg \text{baby}(\text{Tweety})$  wg. Konsistenz mit F bzgl.  $\delta$
- $\neg \text{bird}(\text{Fred})$  wg. Konsistenz mit F bzgl.  $\delta$
- Keine Rechtfertigung existiert für
- $\text{flies}(\text{Polly})$  wg. Inkonsistenz mit F bzgl.  $\delta$

Die Arbeitsteilung zwischen Vorbedingung und Rechtfertigung bestimmt das Schlussverhalten.

## Rechtfertigungen mit Defaults: Disjunktionen

$$D \quad \delta = \frac{\text{bird}(x) : \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}{\text{flies}(x)}$$

$$F \quad \text{bird}(\text{Tweety}), \text{bird}(\text{Polly}), \text{baby}(\text{Polly}), \neg \text{flies}(\text{Fred}) \\ \text{bird}(\text{Pete}), \text{bird}(\text{Mary}), \text{baby}(\text{Pete}) \vee \text{baby}(\text{Mary})$$

Rechtfertigung existiert für

- $\text{flies}(\text{Pete}), \text{flies}(\text{Mary})$
- Disjunktion ist nicht stark genug, um den Schluss zu blockieren.
- Keine Rechtfertigung existiert für
- $\text{flies}(\text{Polly})$

## Rechtfertigungen mit Defaults: Disjunktionen (2)

$$D \quad \delta = \frac{\text{employed}(x) : \text{get\_paid}(x) \wedge \text{worked}(x)}{\text{get\_paid}(x)}$$

$$F \quad \text{employed}(\text{Pete}), \text{employed}(\text{Mary}), \\ \neg \text{worked}(\text{Pete}) \vee \neg \text{worked}(\text{Mary})$$

Rechtfertigung existiert für

- $\text{get\_paid}(\text{Pete}), \text{get\_paid}(\text{Mary})$
- Der Default wird nur für die Individuen blockiert, für die bekannt ist, dass sie eine Ausnahme von der Defaultannahme sind.
- Sinnvoll, wenn Wissen um die Ausnahmen „wichtig“ ist.

## Reiseplanung

## Gruppen- diskussion

Sie fahren zu einer Tagung (5 Tage) nach Stanford, CA., auf der Sie einen Vortrag halten.

Die Aufgabe: (Flug- und Hotelbuchung ist schon erledigt.)

- **Gepäck: Wahl der Gepäckstücke und des Inhalts**
- Kriterien für die Planung / Entscheidung
- Wo spielen Standardannahmen eine Rolle?
- Wie können derartige Standardannahmen in Defaults formuliert werden?

Schliessen mit Defaults:  
Gerechtfertigte Konsequenzen (noch einmal)

Gegeben eine **Default Theorie**  $\Delta = \langle F, D \rangle$ .

Vernünftige Mengen von impliziten, d.h. ableitbaren, Wissensentitäten, sollte enthalten:

1. Das sichere Wissen aus  $F$ . [ $\alpha \in F$ ]
2. Das aus  $F$  mit klassischen logischen Verfahren ableitbare Wissen. [ $F \vdash \alpha$ ]
3. Das in Bezug auf  $F$  unter Verwendung von Defaults aus  $D$  plausible Wissen. [ $F \vdash_{\Delta} \alpha$ ]
4. Aber keine Formeln, die sich nicht aus  $F$  zusammen mit den **Konsequenzen** ‚anwendbarer‘ Defaults herleiten lassen.

Extensionen einer Default Theorie:  
Reiters Originalcharakterisierung

Gegeben eine **Default Theorie**  $\Delta = \langle F, D \rangle$ .

Für eine Menge  $S$  geschlossener Formeln sei  $\Gamma(S)$  die kleinste Menge, die die folgenden Bedingungen erfüllt:

1.  $F \subseteq \Gamma(S)$
2.  $\text{Th}_{pLI}(\Gamma(S)) = \Gamma(S)$
3. Wenn  $\frac{\alpha : \beta_1, \dots, \beta_m}{w} \in D$ ,  $\alpha(c) \in \Gamma(S)$  und alle  $\neg \beta_j(c) \notin S$ ,

dann  $w(c) \in \Gamma(S)$ . Konsequenzen auf der Basis von Defaults

- Eine Menge der geschlossener Formeln  $E$  ist eine **Extension** von  $\Delta$  gdw.  $\Gamma(E) = E$ , d.h.  $E$  ist ein Fixpunkt unter  $\Gamma$ .

Extensionen einer Default Theorie:  
„Quasi-induktive“ Charakterisierung

Gegeben eine **Default Theorie**  $\Delta = \langle F, D \rangle$ .

Sei  $S_0, S_1, \dots$  eine Sequenz von Formelmengen, für die gilt:

1.  $S_0 = F$
2.  $S_i \supseteq S_{i-1}$
3.  $S_{i+1} \leftarrow S_i \cup \{w(c) \mid \frac{\alpha(c) : \beta_1(c), \dots, \beta_m(c)}{w(c)}$

$S_i \vdash \alpha(c)$  ist eine Instanz eines Defaults aus  $D$ ,  
 $\beta_j(c)$  ist konsistent zu  $S_i$  für alle  $j, 1 \leq j \leq m$

Nicht konstruktiv !!

- Die Menge der logischen Konsequenzen aus  $S$  ist eine **Extension** von  $\Delta$ .

Berechnung von Extensionen (1)

$$D \quad \delta = \frac{\text{bird}(x) : \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}{\text{flies}(x)}$$

$F = S_0 = \{ \text{bird}(\text{Tweety}), \text{bird}(\text{Polly}), \text{baby}(\text{Polly}), \neg \text{flies}(\text{Fred}) \}$   
 $S_1 = S_0 \cup \{ \text{flies}(\text{Tweety}) \}$   
 $S_2 = S_1 \cup \{ \text{flies}(\text{Tweety}) \}$   
 $S = S_2 = S_1$

$$E = \text{Th}_{pLI}(S)$$

Hier kommen nur flies(c)-Formeln in Frage.

### Berechnung von Extensionen (2)

$$D \quad \delta = \frac{\text{bird}(x) : \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}{\text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}$$

$$F = S_0 = \{ \text{bird}(\text{Tweety}), \text{bird}(\text{Polly}), \text{baby}(\text{Polly}), \neg \text{flies}(\text{Fred}) \}$$

$$S_1 = S_0 \cup \{ \text{flies}(\text{Tweety}) \wedge \neg \text{baby}(\text{Tweety}) \}$$

$$S_2 = S_1 \cup \{ \text{flies}(\text{Tweety}) \wedge \neg \text{baby}(\text{Tweety}) \}$$

$$S = S_2 = S_1$$

$$E = \text{Th}_{p_{L1}}(S)$$

### Berechnung von Extensionen (3)

$$D \quad \delta = \frac{\text{bird}(x) \Rightarrow \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}{\text{bird}(x) \Rightarrow \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}$$

$$F = S_0 = \{ \text{bird}(\text{Tweety}), \text{bird}(\text{Polly}), \text{baby}(\text{Polly}), \neg \text{flies}(\text{Fred}) \}$$

$$S_1 = S_0 \cup \{ \text{bird}(\text{Tweety}) \Rightarrow \text{flies}(\text{Tweety}) \wedge \neg \text{baby}(\text{Tweety}) \}$$

$$S_2 = S_1 \cup \{ \text{bird}(\text{Fred}) \Rightarrow \text{flies}(\text{Fred}) \wedge \neg \text{baby}(\text{Fred}) \}$$

$$S = S_3 = S_2$$

sukzessiver Aufbau von **S**

$$E = \text{Th}_{p_{L1}}(S)$$

enthält: u.a.  $\text{flies}(\text{Tweety}), \neg \text{baby}(\text{Tweety})$   
 $\neg \text{bird}(\text{Fred})$

### Berechnung von Extensionen (4)

$$D \quad \delta = \frac{\text{bird}(x) : \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}{\text{flies}(x)}$$

$$F = S_0 = \{ \text{bird}(\text{Pete}), \text{bird}(\text{Mary}), \text{baby}(\text{Pete}) \vee \text{baby}(\text{Mary}) \}$$

$$S_1 = S_0 \cup \{ \text{flies}(\text{Pete}), \text{flies}(\text{Mary}) \}$$

$$S_2 = S_1 \cup \{ \text{flies}(\text{Pete}), \text{flies}(\text{Mary}) \}$$

$$S = S_2 = S_1$$

$$E = \text{Th}_{p_{L1}}(S)$$

### Berechnung von Extensionen (5)

$$D \quad \delta = \frac{\text{bird}(x) : \text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}{\text{flies}(x) \wedge \neg \text{baby}(x)}$$

$$F = S_0 = \{ \text{bird}(\text{Pete}), \text{bird}(\text{Mary}), \text{baby}(\text{Pete}) \vee \text{baby}(\text{Mary}) \}$$

$$S_1 = S_0 \cup \{ \text{flies}(\text{Pete}) \wedge \neg \text{baby}(\text{Pete}) \}$$

$$S_2 = S_1 \cup \{ \text{flies}(\text{Pete}) \wedge \neg \text{baby}(\text{Pete}) \}$$

$$S = S_2 = S_1$$

$$E = \text{Th}_{p_{L1}}(S)$$

$$S'_1 = S_0 \cup \{ \text{flies}(\text{Mary}) \wedge \neg \text{baby}(\text{Mary}) \}$$

$$S'_2 = S'_1 \cup \{ \text{flies}(\text{Mary}) \wedge \neg \text{baby}(\text{Mary}) \}$$

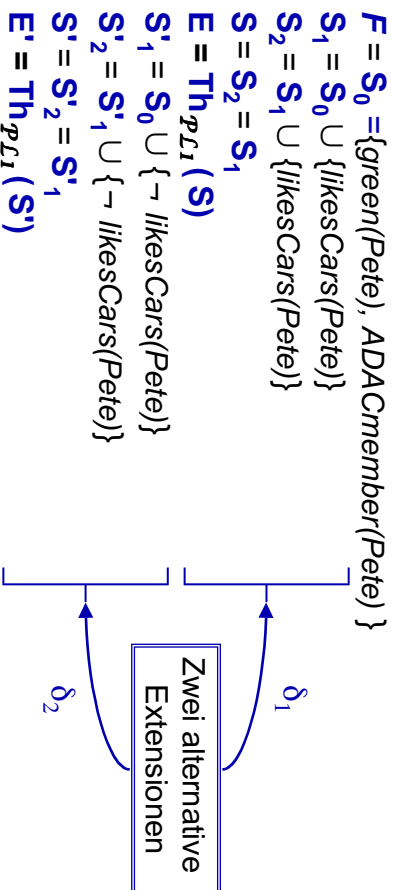
$$S' = S'_2 = S'_1$$

$$E' = \text{Th}_{p_{L1}}(S')$$

Zwei alternative Extensionen

## Extensionen für den Nixon-Diamond

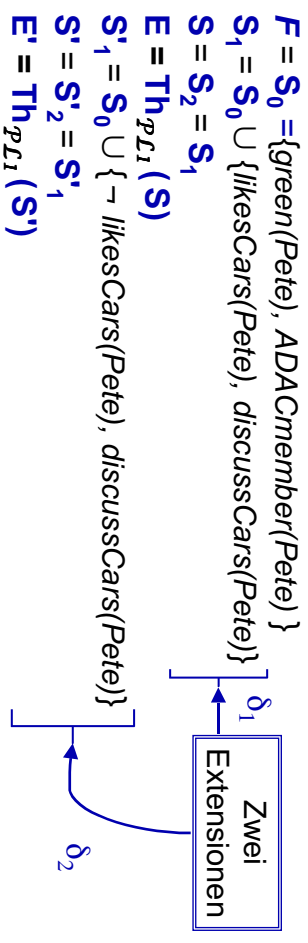
$$D \quad \delta_1 = \frac{\text{green}(x) : \neg \text{likesCars}(x)}{\neg \text{likesCars}(x)} \quad \delta_2 = \frac{\text{ADACmemb}(x) : \text{likesCars}(x)}{\text{likesCars}(x)}$$



## Extensionen für den Nixon-Diamond (2)

$$D \quad \delta_1 = \frac{\text{green}(x) : \neg \text{likesCars}(x)}{\neg \text{likesCars}(x)} \quad \delta_2 = \frac{\text{ADACmemb}(x) : \text{likesCars}(x)}{\text{likesCars}(x)}$$

$$\delta_3 = \frac{\text{green}(x) : \text{discussCars}(x)}{\text{discussCars}(x)} \quad \delta_4 = \frac{\text{ADACmemb}(x) : \text{discussCars}(x)}{\text{discussCars}(x)}$$



## Argumentieren mit Defaults

### Skeptische Argumentation (sceptical argumentation)

- Die Default-Theorie  $\Delta = \langle F, D \rangle$  liefert eine skeptische Rechtfertigung einer Formel  $\alpha$ , wenn  $\alpha$  in allen Extensionen zu  $\Delta$  enthalten ist.

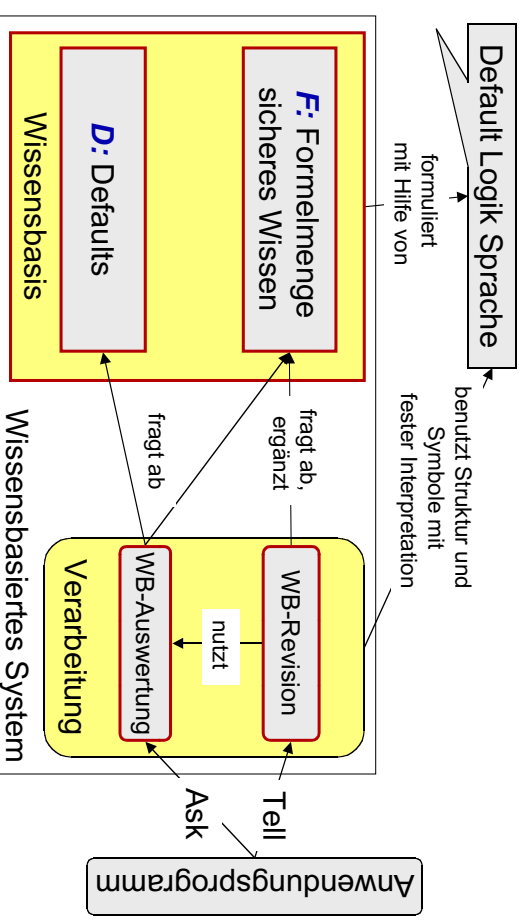
- Beispiel Auto-Diamond: *discussCar(Pete)*

### Mutige Argumentation (brave argumentation)

- Die Default-Theorie  $\Delta = \langle F, D \rangle$  liefert eine mutige Rechtfertigung einer Formel  $\alpha$ , wenn  $\alpha$  in einer Extension zu  $\Delta$  enthalten ist.

- Beispiel Auto-Diamond: *discussCar(Pete)*, *likesCar(Pete)*

## Wissensbasiertes System mit Default Logik



### $\Delta$ -Ableitbarkeit (erste Charakterisierung)

Sei  $\Delta = \langle F, D \rangle$  eine Default Theorie und  $\alpha$  eine Formel.

$F \vdash_{\Delta} \alpha$ , wenn  $\alpha$  in allen Extensionen zu  $\Delta$  enthalten ist.

- Defaults sind domänenspezifische Inferenzregeln.
- im Gegensatz zu Inferenzregeln der klassischen Logik, die generell (domänenunabhängig) sind.
- Die Wissensbasis von default-basierten WBS umfasst also, Fakten und echte Inferenzregeln.
- Eine Definition von  $\Delta$ -Ableitbarkeit setzt ein Ableitungsverfahren voraus.

### • 18. Vorlesung: Default-Logik

- Das Basis-System von Reiter
- Arten von Defaults
- Extensionen: Fixpunktbasierte Charakterisierung
- Default-basierte Argumentation: skeptisch vs. mutig

### • 19. Vorlesung: Default-Logik

- Beweis- / Ableitungsverfahren für Default-Logik: Verfahren zur Extensionsberechnung.
- Weiterentwicklungen der Default-Logik: Priorisierungen