Wissensrepräsentation
–
Christopher Habel, Özgür Özçep

Sommersemester 2005

Sitzung 8: Beschreibungslogiken (2)
- Terminologien (T-Box) und Weltmodell (A-Box)
- Die Beschreibungslogik $\mathcal{DL}$ (B & L, 2004) – Fortsetzung
  - Semantik und Verarbeitung

Bedeutung / Interpretation: Typenbeschränkungen

Konstanten
- werden durch individuelle Objekte interpretiert

Atomare und komplexe Konzepte
- werden durch Objektmengen (Kategorien) interpretiert

Rollen
- werden durch Mengen von Paaren (Relationen) interpretiert.

Aussagen / Formeln
- werden durch Wahrheitswerte interpretiert

Beschreibungslogik: $\mathcal{DL}$ (B & L, 2004): Grammatik

Konzepte (Beschreibungen)
- Jedes atomare Konzept ist ein Konzept.
- Wenn r eine Rolle, n eine nat. Zahl, und c eine Konstante ist sowie d, d_1, …, d_i Konzepte sind, dann sind
  - **[ALL** r d]
  - **[EXISTS** n r]
  - **[FILLS** r c]
  - **[AND** d_1, …, d_i]

(komplexe) Konzepte, und es gibt keine weiteren Konzepte.

Aussagen / Formeln
- Wenn c eine Konstante ist sowie d_1, d_2 Konzepte sind, dann sind $(d_1 \sqsubseteq d_2)$, $(d_1 \doteq d_2)$ und $(c \rightarrow d_1)$ Formeln (und das sind alle Formeln).

$\mathcal{DL}$: Intendierte Bedeutungen fester Symbole

Thing: Alle Objekte / Dinge

Aussagen- / Formelbildung

$(d_1 \sqsubseteq d_2)$: d_1 wird von d_2 subsumiert.
$(d_1 \doteq d_2)$: d_1 und d_2 sind gleich.
$(c \rightarrow d_1)$: c ist Instanz von d_1

Komplexe Konzepte

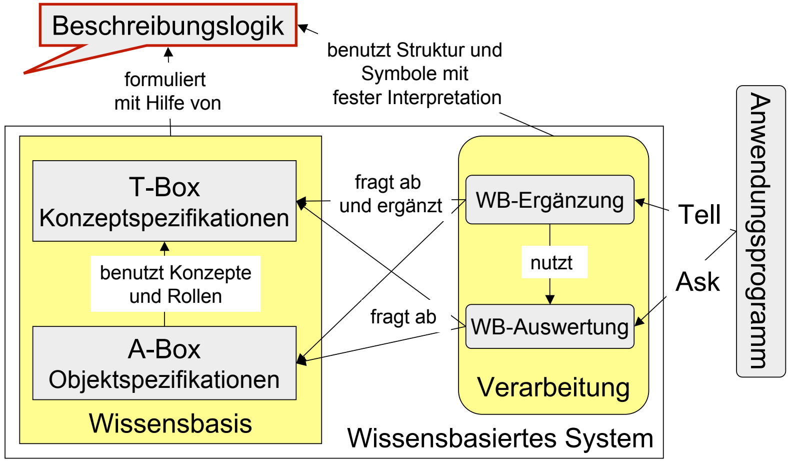
[ALL r d]: Objekte, die nur zu Instanzen von d in Relation r stehen
[EXISTS n r]: Objekte, die zu mindestens n Objekten in Relation r stehen
[FILLS r c]: Objekte, die zu Objekt c in Relation r stehen
[AND d_1, …, d_i]: gemeinsame Instanzen der Konzepte d_1, …, d_i

Beispiel: Konzeptsysteme (in $\mathcal{DL}$)

Wissensbasis

Lebewesen $\sqsubseteq$ Thing
Mensch $\sqsubseteq$ Lebewesen
weiblich $\sqsubseteq$ Lebewesen
Frau $\doteq$ [**AND** weiblich Mensch]
männlich $\sqsubseteq$ Lebewesen ; weitere Bedingungen in $\mathcal{DL}$ nicht ausdrückbar
Mann $\doteq$ [**AND** männlich Mensch]
Elternteil $\doteq$ [**AND** Mensch [**EXISTS** 1 hatKind]]
Mutter $\doteq$ [**AND** weiblich Elternteil]
Vater $\doteq$ [**AND** männlich Elternteil]
Großmutter $\sqsubseteq$ [**AND** Frau [**EXISTS** 1 hatKind]] ; weitere Bedingungen in $\mathcal{DL}$ nicht ausdrückbar
Mutter_von_Harry $\doteq$[**AND** Mutter [**FILLS** hatKind harry]]

Wissensbasiertes System mit Beschreibungslogiken



Taxonomien und Klassifikation

Taxonomie

- Subsumptionsstruktur (partielle Ordnung) von atomaren Konzepten, gespeichert als zyklenfreier, gerichteter Graph
- Verbindungen zu den direkten Nachbarn

Klassifikation

- Bestimmung der Position eines neuen Konzepts
  - ‘unterhalb‘ aller subsumierenden Knoten
  - ‘oberhalb‘ aller subsumierten Knoten
- Rahmenannahme
  - Der Graph wird sukzessive aufgebaut, beginnend mit dem einzigen Knoten ‚Thing‘
  - Die relative Position der Knoten wird durch das einfügen neuer Konzepte verändert.

Mögliche Anwendungen von Beschreibungslogiken

Aufbau von Konzeptsystemen

- inkrementelle Anreicherung
- Wissenserwerb
  - Aufdeckung impliziter Subsumptionsbeziehungen
  - insb. nicht-intendierte

Aufbau von Weltmodellen

- Konfiguration
  - Ausschluss von Designs, die Konflikte enthalten
- Diagnose und Überwachung
  - Erkennung von Problemen auf Basis ihrer Beschreibungen
- Ausdrucksreichere Produktionssysteme
- Datenbankanfragen

$\mathcal{DL}$: Bedeutung / Interpretation: Formal

Interpretationen sind Paare $\Im = \langle \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$

$\mathcal{D}$: nicht-leere Menge von Objekten

$\mathcal{I}$: Abbildung von atomaren Konzepten und Rollen auf Teilmengen von $\mathcal{D}$ bzw. von $\mathcal{D}^2$

Fortsetzung von $\mathcal{I}$ für komplexe Beschreibungen

$\mathcal{I}$(Thing) = $\mathcal{D}$

$\mathcal{I}$([**ALL** r d]) = $\{x \in \mathcal{D} \mid \forall y\, [(x, y) \in \mathcal{I}(r) \Rightarrow y \in \mathcal{I}(d)]\}$

$\mathcal{I}$([**EXISTS** n r]) = $\{x \in \mathcal{D} \mid \exists_n\, y\, [(x, y) \in \mathcal{I}(r)]\}$

$\mathcal{I}$([**FILLS** r c]) = $\{x \in \mathcal{D} \mid (x, \mathcal{I}(c)) \in \mathcal{I}(r)\}$

$\mathcal{I}$([**AND** $d_1, \ldots, d_i$]) = $\mathcal{I}(d_1) \cap \ldots \cap \mathcal{I}(d_i)$

$\mathcal{DL}$: Bedeutung / Interpretation: Formal (Forts.)

Interpretationen sind Paare $\Im = \langle \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$

Fortsetzung von $\mathcal{I}$ für Formeln

$\mathcal{I}((d_1 \sqsubseteq d_2))$ = wahr genau dann, wenn $\mathcal{I}(d_1) \subseteq \mathcal{I}(d_2)$.

$\mathcal{I}((d_1 \doteq d_2))$ = wahr genau dann wahr, wenn $\mathcal{I}(d_1) = \mathcal{I}(d_2)$.

$\mathcal{I}((c \rightarrow d_1))$ = wahr genau dann wahr, wenn $\mathcal{I}(c) \in \mathcal{I}(d_1)$.

Wir schreiben dann auch

$\Im \models (d_1 \sqsubseteq d_2)$ bzw. $\Im \models (d_1 \doteq d_2)$ bzw. $\Im \models (c \rightarrow d_1)$

und sagen

$\Im$ ist ein Modell der Aussage / Formel.

$\Im$ macht die Aussage / Formel wahr.

Äquivalenz und Subsumption

Definitionen

Es seien d_1 und d_2 Beschreibungen.

- d_1 subsumiert genau dann d_2, wenn für jede Interpretation $\Im = \langle \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$ gilt: $\mathcal{I}(d_1) \subseteq \mathcal{I}(d_2)$.
- d_1 und d_2 sind genau dann äquivalent, wenn für jede Interpretation $\Im = \langle \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$ gilt: $\mathcal{I}(d_1) = \mathcal{I}(d_2)$.

Korollar

- d_1 subsumiert genau dann d_2, wenn für jede Interpretation $\Im$ gilt: $\Im \models (d_1 \sqsubseteq d_2)$
- d_1 und d_2 sind genau dann äquivalent, wenn für jede Interpretation $\Im$ gilt: $\Im \models (d_1 \doteq d_2)$.

In entsprechenden Fällen schreiben wir auch

- $\models (d_1 \sqsubseteq d_2)$ bzw. $\models (d_1 \doteq d_2)$. (Die Formeln sind gültig.)

Beispiel: Subsumption und Äquivalenz von Beschreibungen

$\models$ ([**AND** weiblich Elternteil] $\sqsubseteq$ Elternteil)

$\models$ (Elternteil $\sqsubseteq$ Thing)

$\models$ ([**AND** weiblich Elternteil] $\doteq$ [**AND** Elternteil weiblich])

$\models$ ([**AND** Thing Elternteil] $\doteq$ Elternteil)

$\models$ ([**ALL** hatKind [AND weiblich Elternteil]] $\sqsubseteq$ [**ALL** hatKind weiblich])

$\models$ ([**ALL** hatKind Thing] $\doteq$ Thing)

$\models$ ([**EXISTS** 3 hatKind] $\sqsubseteq$ [**EXISTS** 2 hatKind])

$\models$ ([**FILLS** hatKind harry] $\sqsubseteq$ [**EXISTS** 1 hatKind])

Erfüllbarkeit und Folgerung

Definitionen

Es sei X eine Formel und KB eine Menge von Formeln.

- Eine Interpretation $\mathfrak{I}$ erfüllt genau dann KB, wenn sie alle Elemente von KB wahr macht.
- KB ist genau dann erfüllbar, wenn es eine Interpretation $\mathfrak{I}$ gibt, die sie erfüllt.
- X folgt genau dann aus KB, wenn jede Interpretation $\mathfrak{I}$, die KB erfüllt, auch X wahr macht.

Wir schreiben für Folgerung auch

- In Zeichen: KB $\models$ X

Beispiel: Folgerung aus einer Wissensbasis

KB = { Mensch $\sqsubseteq$ Lebewesen, weiblich $\sqsubseteq$ Lebewesen,
Frau $\doteq$ [**AND** weiblich Mensch],
Elternteil $\doteq$ [**AND** Mensch [**EXISTS** 1 hatKind]],
Mutter $\doteq$ [**AND** weiblich Elternteil],
Großmutter $\sqsubseteq$ [**AND** Frau [**EXISTS** 1 hatKind]] }

KB $\models$ (Mutter $\sqsubseteq$ Lebewesen)

KB $\models$ (Großmutter $\sqsubseteq$ Mutter)

$\mathcal{DL}$: Berechnung von Folgerung: Struktureller Ansatz

Grundannahmen

- Auf der linken Seite von $(d_1 \sqsubseteq d_2)$ bzw. $(d_1 \doteq d_2)$ Formeln in der Wissensbasis stehen nur (freie) atomare Konzepte.
- Kein atomares Konzept taucht mehr als einmal auf der linken Seite so einer Formel auf.
- Die Wissensbasis enthält keinen Zyklus.
  - Die Formeln lassen sich so ordnen, dass kein atomares Konzept auf einer linken Seite auftritt, nachdem es schon auf einer rechten Seite verwendet wurde.

➢ sind nicht aus semantischen Gründen erforderlich
➢ für effiziente Verarbeitung wichtig
➢ beeinträchtigen die Ausdrucksmächtigkeit

Eine weitere mögliche Grundannahme

Häufig (aber nicht hier) vorausgesetzt

- Die Wissensbasis enthält keine Formeln der Form $(d_1 \sqsubseteq d_2)$
- Ersatzmöglichkeit:
  $(d_1 \doteq$ [**AND** d_2 d_1*])
  wobei d_1* ein ansonsten nicht genutztes atomares Konzept ist.

Berechnung von Folgerung: Struktureller Ansatz

Aufgabe

gegeben KB (wie eben eingeschränkt) und zwei beliebige (komplexe) Beschreibungen d_1 und d_2

bestimme, ob KB $\models (d_1 \sqsubseteq d_2)$.

Vorgehen

1) Äquivalenzaussagen werden genutzt, um normalisierte Formen von d_1 und d_2 zu bilden (d_1' und d_2').
   - Es gilt dann: KB $\models (d_1 \doteq d_1')$ und KB $\models (d_2 \doteq d_2')$
2) Subsumptionsaussagen und Strukturähnlichkeit werden genutzt, um KB $\models (d_1' \sqsubseteq d_2')$ zu bestimmen
   - Semantik sichert dann dasselbe Ergebnis für KB $\models (d_1 \sqsubseteq d_2)$ zu

$\mathcal{DL}$: Normalisierung einer Beschreibung d

1) Expandiere Definitionen
- Ersetze in d jedes atomare Konzept a, für das in KB eine Aussage $a \doteq e$ auftritt, durch e

2) Verflache AND-Schachtelungen
- Ersetze **[AND** … **[AND** d_1 … d_i] …] durch **[AND** … d_1 … d_i …]

3) Kombiniere ALL-Operatoren
- Ersetze **[AND** … **[ALL** r d_1] … **[ALL** r d_2] …] durch **[AND** … **[ALL** r **[AND** d_1 d_2]] … …]

4) Kombiniere EXISTS-Operatoren
- Ersetze **[AND** … **[EXISTS** n_1 r] … **[EXISTS** n_2 r] …] mit n = max (n_1, n_2) durch **[AND** … **[EXISTS** n r] … …]

$\mathcal{DL}$: Normalisierung einer Beschreibung d

5) Reduziere Thing
- Lösche Thing aus jeder Konjunktion.
- Ersetze die leere Konjunktion **[AND]** durch Thing
- Ersetze die leere Einschränkung **[ALL** r Thing] durch Thing

6) Lösche redundante Ausdrücke
- Lösche mehrfach-Kopien eines Ausdrucks in Konjunktionen.

7) Normalisiere atomare Konzepte
- Wenn schließlich nur ein atomares Konzept $d \neq$ Thing bleibt, gib **[AND** d] zurück.

$\mathcal{DL}$: Resultat der Normalisierung einer Beschreibung

Thing oder eine Beschreibung der Form

[AND a_1 … a_m
[FILLS r_1 c_1] … **[FILLS** $r_{m'}$ $c_{m'}$]
[EXISTS n_1 s_1] … **[EXISTS** $n_{m''}$ $s_{m''}$]
[ALL t_1 e_1] … **[ALL** $t_{m'''}$ $e_{m'''}$]]

wobei

a_1 … a_m verschiedene, atomare, nicht-definierte Konzepte sind

s_1 … $s_{m''}$ verschiedene Rollen sind und

t_1 … $t_{m'''}$ verschiedene Rollen sind

$\mathcal{DL}$: Beispiel: Normalisierung (1)

KB = { Mensch $\sqsubseteq$ Lebewesen, weiblich $\sqsubseteq$ Lebewesen,
Frau $\doteq$ [**AND** weiblich Mensch],
Elternteil $\doteq$ [**AND** Mensch [**EXISTS** 1 hatKind]],
Mutter $\doteq$ [**AND** weiblich Elternteil],
Großmutter $\sqsubseteq$ [**AND** Frau [**EXISTS** 1 hatKind]] }

- Mutter → [**AND** weiblich Elternteil]
  → [**AND** weiblich [**AND** Mensch [**EXISTS** 1 hatKind]]]
  → [**AND** weiblich Mensch [**EXISTS** 1 hatKind]]
- Großmutter → [**AND** Großmutter]
  ↳ [**AND** Frau [**EXISTS** 1 hatKind]]
  → [**AND** [**AND** weiblich Mensch] [**EXISTS** 1 hatKind]]
  → [**AND** weiblich Mensch [**EXISTS** 1 hatKind]]

Keine Unterscheidung von: Mutter und Großmutter

$\mathcal{DL}$: Beispiel: Normalisierung (1 Forts.) WB ohne ($d_1 \sqsubseteq d_2$)-Einträge

KB = {…,
Mutter $\doteq$ [**AND** weiblich Elternteil],
Großmutter $\doteq$ [**AND** [**AND** Frau [**EXISTS** 1 hatKind] Großmutter*]] }

- Großmutter → [**AND** [**AND** Frau [**EXISTS** 1 hatKind] Großmutter*]]
  → [**AND** Frau [**EXISTS** 1 hatKind] Großmutter*]

$\mathcal{DL}$: Beispiel: Normalisierung (2)

KB = {Techie $\doteq$ [**EXISTS** 2 techDegree],
WellRoundedCo
$\doteq$ [**AND** Company
[**ALL** manager [**AND** B-SchoolGrade
[**EXISTS** 1 techDegree]]]],
HighTechCo
$\doteq$ [**AND** Company
[**FILLS** exchange Nasdaq]
[**ALL** manager Techie]] }

[**AND** WellRoundedCo HighTechCo]

→ [**AND** [**AND** Company [**ALL** manager [**AND** B-SchoolGrade [**EXISTS** 1 techDegree]]]] [**AND** Company [**FILLS** exchange Nasdaq] [**ALL** manager [**EXISTS** 2 techDegree]]]]

$\mathcal{DL}$: Beispiel: Normalisierung (2 Forts.)

[**AND** WellRoundedCo HighTechCo]

→ [**AND** [**AND** Company [**ALL** manager [**AND** B-SchoolGrade [**EXISTS** 1 techDegree]]]] [**AND** Company [**FILLS** exchange Nasdaq] [**ALL** manager [**EXISTS** 2 techDegree]]]]

→ [**AND** Company [**ALL** manager [**AND** B-SchoolGrade [**EXISTS** 1 techDegree]]] Company [**FILLS** exchange Nasdaq] [**ALL** manager [**EXISTS** 2 techDegree]]]

→ [**AND** Company [**ALL** manager [**AND** B-SchoolGrade [**EXISTS** 1 techDegree] [**EXISTS** 2 techDegree]]] Company [**FILLS** exchange Nasdaq]]

→ [**AND** Company [**ALL** manager [**AND** B-SchoolGrade [**EXISTS** 2 techDegree]]] Company [**FILLS** exchange Nasdaq]]

→ [**AND** Company [**ALL** manager [**AND** B-SchoolGrade [**EXISTS** 2 techDegree]]] [**FILLS** exchange Nasdaq]]