

---

# Wissensrepräsentation

—  
Christopher Habel, Özgür Özçep  
Sommersemester 2005

---

## Sitzung 21: Belief-Revision (1)

- Arten der Wissensrevision, Anwendungsfälle
  - Rationalitätskriterien
  - AGM-Konzeption:  
Charakterisierung von Belief-Change-Operatoren
- 

## Belief-Revision: Ein Beispiel

[Gärdenfors & Rott, 1995]

---

### Beliefs

- The bird caught in the trap is a swan
- The bird caught in the trap comes from Sweden
- Sweden is part of Europe
- All European swans are white

### Konsequenzen

- The bird caught in the trap is white

### Neue Information

- The bird caught in the trap is black

Welche Sätze sind Kandidaten dafür, aufgegeben zu werden, und warum?

# Literatur

---

Zu *Belief-Revision*

Alchourrón, Carlos E.; Gärdenfors, Peter & Makinson, David (1985). On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50. 510–530.

Gärdenfors, Peter & Makinson, David (1988) Revisions of knowledge systems using epistemic entrenchment. In *Proceedings of the Second Conference on Theoretical Aspect of Reasoning About Knowledge*, 83–96.

Gärdenfors, P. (1988). *Knowledge in Flux*. Cambridge, MA: MIT Press

Gärdenfors, Peter & Rott, Hans (1995). Belief revision. In Dov M. Gabbay, Christopher J. Hogger, and John A. Robinson (eds.). *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming, Volume IV*. (pp. 35–132). Oxford: Oxford University Press.

## Belief-Revision in der Wissensverarbeitung

---

### Wissensbasen / Datenbasen

- Neue Einträge sind nicht konsistent zum bisherigen Wissensbestand.

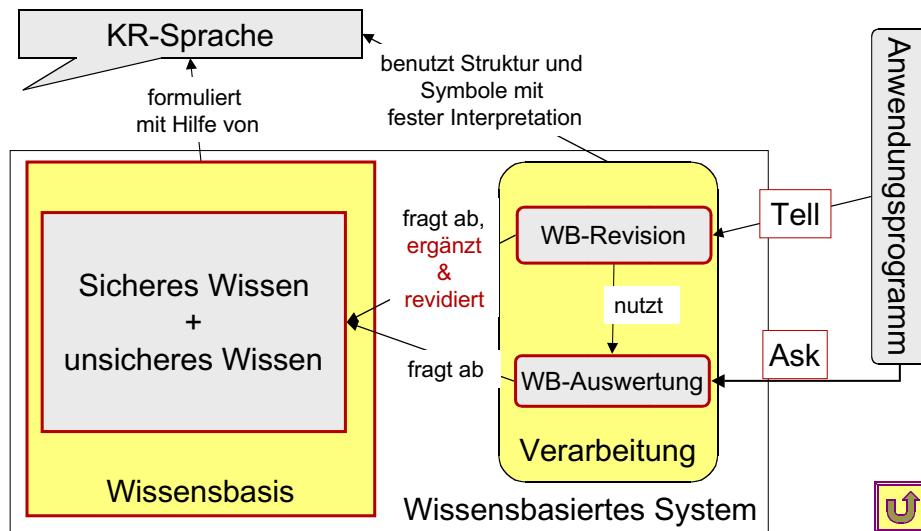
### Robotik / Agenten

- Sensorische Information stimmt nicht mit den Erwartungen / Planungen überein.  
(Inkonsistenz zwischen der Wahrnehmung und dem Vorwissen und Konsequenzen aus dem Vorwissen)

### Diagnose

- Das Verhalten eines Systems stimmt nicht mit der Spezifikation – dem Normalverhalten / dem korrekten Verhalten des Systems – überein.

## Wissensbasiertes System Belief-Revision



## Das Forschungsgebiet *Belief-Revision*

### Belief-Revision

- spezieller Typ von Wissensverarbeitung
  - ist verwandt zum **Update**  
es gibt aber wichtige Unterschiede
- sollte auch Rationalitätskriterien genügen
  - stets eingebettet in eine Wissensverarbeitungs-konzeption (z.B. Deduktives Schliessen, Defaultschliessen, Abduktives Schliessen, Probabilistisches / Possibilistisches Schliessen), von der es die Rationalitätsprinzipien übernimmt.
- sollte effizient durchgeführt werden können
  - maschinelle Realisierung



### Revision vs. Update (Katsuno & Mendelzon, 1992)

- Peter glaubt, dass Maria entweder im Fachbereich Informatik (Informatikum) oder im Fachbereich Mathematik (Geomatikum) arbeitet.

**Revision:** Agent erhält neue Information über einen statischen Ausschnitt der Welt.

- Peter wird informiert, dass Maria nicht im Fachbereich Mathematik arbeitet.
- Peter glaubt, dass Maria im Fachbereich Informatik arbeitet.

**Update:** Agent erhält (neue) Information über eine Veränderung in der Welt.

- Peter wird informiert, dass der Fachbereich Informatik zum Hauptcampus umgezogen ist.
- Peter glaubt, dass Maria entweder im Geomatikum oder am Hauptcampus arbeitet.

### AGM-Konzeption der Wissensrevision – Belief-Set

**AGM**  $\approx$  Alchourrón, Gärdenfors & Makinson (1985)  
On the logic of theory change.

Gegeben ein logisches System, bestehend aus einer Sprache  $\mathcal{L}$  und einer Ableitungsrelation  $\vdash$ .

Eine Menge von Sätzen  $K \in \mathcal{L}$  ist ein (nicht-absurdes)

**Belief-Set**, wenn

- $\perp$  nicht aus  $K$  ableitbar ist
- wenn  $K \vdash \beta$ , dann  $\beta \in K$ .

$K_{\perp}$  bezeichnet das absurde Belief-Set

- Belief sets sind **abgeschlossen bzgl. Ableitung**
- Belief sets sind *Theorien*.

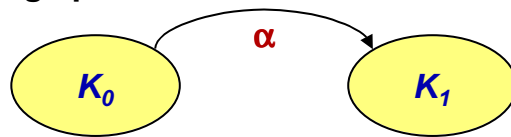
## Epistemische Zustände und ihre Veränderung

### Epistemischer Zustand

gegeben durch ein Belief-Set  $K$  aus der Menge der Belief-Sets  $\mathcal{K}$   
 mögliche Haltungen eines Agenten im Zustand  $K$  zu einem Satz  $\alpha$

- $\alpha$  wird akzeptiert, falls  $\alpha \in K$
- $\alpha$  wird abgelehnt, falls  $\neg\alpha \in K$
- keine Haltung zu  $\alpha$ , falls  $\alpha \notin K$  und  $\neg\alpha \notin K$

### Veränderung epistemischer Zustände



**Belief-Change-Operatoren:**  $\mathcal{K} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{K}$

## Veränderung epistemischer Zustände

### Rationalitätskriterien

[Gärdenfors & Rott, 1995]

Wenn möglich, sollten epistemische Zustände konsistent bleiben.	$\langle \mathcal{L}, \vdash \rangle$ : Verhalten bei Inkonsistenz
Jeder Satz, der aus Sätzen, die im epistemischen Zustand akzeptiert werden, ableitbar ist, sollte in den epistemischen Zustand aufgenommen werden.	<b>AGM:</b> inferentieller Abschluss von $K$ ✓
Wenn epistemische Zustände verändert werden, sollte der Verlust an Information so gering wie möglich gehalten werden	<b>Minimalitätsbedingungen</b>
Stärker akzeptierte Sätze sollten gegenüber schwächer akzeptierten Sätzen favorisiert werden.	<b>Ordnung von Akzeptanz</b>

### Typen der Veränderung epistemischer Zustände (1)

#### Expansion

- Von **keine Haltung zu  $\alpha$**  zu  **$\alpha$  wird akzeptiert** oder  **$\alpha$  wird abgelehnt**
- Neue Wissensentität wird aufgenommen

#### Kontraktion

- Von  **$\alpha$  wird akzeptiert** oder  **$\alpha$  wird abgelehnt** zu **keine Haltung zu  $\alpha$**
- Alte Wissensentität wird aufgegeben

#### Revision

- Von  **$\alpha$  wird akzeptiert** bzw.  **$\alpha$  wird abgelehnt** zu  **$\alpha$  wird abgelehnt** bzw.  **$\alpha$  wird akzeptiert**
- Alte Wissensentität wird durch widersprechende ersetzt

konsistente  
Veränderungen  
von Belief-Sets

nicht konsistente  
Veränderungen  
von Belief-Sets

### Typen der Veränderung epistemischer Zustände (2)

#### Expansion $K^+_{\alpha}$

- Neue Wissensentität  $\alpha$  wird aufgenommen, ohne dass Wissensentitäten aufgegeben werden.

#### Kontraktion $K^-_{\alpha}$

- Alte Wissensentität  $\alpha$  wird aufgegeben, ohne dass neue Wissensentitäten aufgenommen werden.

#### Revision $K^*_{\alpha}$

- Neue Wissensentität  $\alpha$  wird aufgenommen, wobei alte, bisher akzeptierte Wissensentitäten aufgegeben werden, um Konsistenz zu erhalten.  
 Revision erfordert Berücksichtigung von Inferenzen.

## Expansion – Erweiterung von Wissenbeständen

### Expansion $K_\alpha^+$

- Neue Wissensentität  $\alpha$  wird aufgenommen, ohne dass Wissensentitäten aufgegeben werden.
- ist dann angebracht, wenn  $\alpha$  konsistent zu  $K$ , d.h. wenn nichts in  $K$  gegen  $\alpha$  spricht.



- Die WB-Revision benötigt
  - Resultate der WB-Auswertung, um zu entscheiden, welche Belief-Change-Operation durchzuführen ist.
    - Konsistenzprüfung  $\leftarrow$   $\rightarrow$  WBS
  - Beurteilung der Eingabe
    - Plausibilitätsprüfung  $\leftarrow$   $\rightarrow$  Eingabe in WBS
    - Einschätzung der Informationsquelle  $\leftarrow$   $\rightarrow$  Eingabe in WBS

## Anforderungen an Expansion

- (K+1) Für jeden Satz  $\alpha$  und jedes Belief-Set  $K$ , ist  $K_\alpha^+$  ein Belief-Set. (closure)
- (K+2)  $\alpha \in K_\alpha^+$  (success)
- (K+3)  $K \subseteq K_\alpha^+$  (inclusion)
- (K+4) Falls  $\alpha \in K$ , dann  $K = K_\alpha^+$  (vacuity)
- (K+5) Falls  $H \subseteq K$ , dann  $H_\alpha^+ \subseteq K_\alpha^+$  (monotonicity)
- (K+6) Für alle Belief-Sets  $K$  und jeden Satz  $\alpha$ , ist  $K_\alpha^+$  das kleinste Belief-Set, das (K+1) bis (K+5) erfüllt (minimality)

Postulat (K+4) ist überflüssig;  
es ist aus (K+1) – (K+3) und (K+5) – (K+6) beweisbar.

## Repräsentationstheorem für die Expansion

### Theorem

Die Expansionsfunktion + erfüllt (K+1) bis (K+6) genau dann, wenn

$$K_\alpha^+ = \text{Th}(K \cup \{\alpha\})$$

## Kontraktion – Einschränkung von Wissenbeständen

### Kontraktion $K_\alpha^-$

- Alte Wissensentität  $\alpha$  wird aufgegeben, ohne dass neue Wissensentitäten aufgenommen werden.
- ist dann angebracht, wenn Zweifel daran bestehen, dass  $\alpha$  zu  $K$  gehören sollte, z.B. wenn in  $K$  etwas gegen  $\alpha$  spricht, oder wenn neue Evidenz gegen  $\alpha$  spricht.



- Kontraktion steht im engen Zusammenhang zur Revision.

## Anforderungen an Kontraktion

- (K-1) Für jeden Satz  $\alpha$  und jedes Belief-Set  $K$ ,  
ist  $K_{\alpha}^{-}$  ein Belief-Set. (closure)
- (K-2)  $K_{\alpha}^{-} \subseteq K$  (inclusion)
- (K-3) Falls  $\alpha \notin K$ , dann  $K = K_{\alpha}^{-}$  (vacuity)
- (K-4) Falls  $\vdash \alpha$ , dann  $\alpha \in K_{\alpha}^{-}$  (success)
- (K-5) Falls  $\alpha \in K$ , dann  $K \subseteq (K_{\alpha}^{-})_{\alpha}^{+}$  (recovery)
- (K-6) Falls  $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$ , dann  $K_{\alpha}^{-} = K_{\beta}^{-}$  (extensionality)

### Basispostulate

- (K-7)  $K_{\alpha}^{-} \cap K_{\beta}^{-} \subseteq K_{\alpha\wedge\beta}^{-}$  (intersection) **Ergänzende Postulate**
- (K-8) Falls  $\alpha \notin K_{\alpha\wedge\beta}^{-}$ , dann  $K_{\alpha\wedge\beta}^{-} \subseteq K_{\alpha}^{-}$  (conjunction)

## Kontraktion im Hinblick auf Konjunktionen: $\alpha\wedge\beta$

Wenn  $\alpha\wedge\beta$  zurückgewiesen werden soll, dann müssen  $\alpha$  oder  $\beta$  (oder beide) zurückgewiesen werden.

- (K-7)  $K_{\alpha}^{-} \cap K_{\beta}^{-} \subseteq K_{\alpha\wedge\beta}^{-}$  (intersection)

Das, was wir nach Kontraktion bzgl.  $\alpha$  glauben, und das, was wir nach Kontraktion bzgl.  $\beta$  glauben, ist in enthalten in  $K_{\alpha\wedge\beta}^{-}$ .

- (K-8) Falls  $\alpha \notin K_{\alpha\wedge\beta}^{-}$ , dann  $K_{\alpha\wedge\beta}^{-} \subseteq K_{\alpha}^{-}$  (conjunction)

Falls bei der Kontraktion bzgl.  $\alpha\wedge\beta$   $\alpha$  zurückgewiesen wird, dann führt die Kontraktion bzgl.  $\alpha\wedge\beta$  zu einem kleinerem Belief-Set als die Kontraktion bzgl.  $\alpha$ .

### Theorem (AGM, 1985)

Wenn (K-1) bis (K-8) gelten, dann gilt

entweder  $K_{\alpha}^{-} \cap K_{\beta}^{-} = K_{\alpha\wedge\beta}^{-}$  oder  $K_{\alpha}^{-} = K_{\alpha\wedge\beta}^{-}$  oder  $K_{\beta}^{-} = K_{\alpha\wedge\beta}^{-}$

## Kontraktion – Zwischenstand

### Die Charakterisierung durch (K-1) – (K-6)

- wird als Standardcharakterisierung angesehen,
- spielt eine zentrale Rolle für die Revision.

### Die Postulate für die Kontraktion

- enthalten kein Gegenstück zu (K+6), dem Minimalitätspostulat
  - erlauben kein Repräsentationstheorem
  - können durch verschiedene Kontraktionsoperatoren realisiert werden.
- Aufgabe: Spezifikation „guter“ / „vernünftiger“ Kontraktionsoperatoren

## Revision – Überarbeitung von Wissenbeständen

### Revision $K_{\alpha}^{*}$

- Neue Wissensentität  $\alpha$  wird aufgenommen, wobei alte, bisher akzeptierte Wissensentitäten aufgegeben werden, um Konsistenz zu erhalten.  
Revision erfordert Berücksichtigung von Inferenzen.
- ist dann angebracht, wenn  $\alpha$  zu gehören  $K$  sollte, aber  $\alpha$  inkonsistent zu  $K$  ist, d.h. wenn  $\alpha$  zu Wissensentitäten in  $K$  in Konflikt steht.
- Revision beinhaltet also, Kontraktion gewisser Wissensentitäten in Bezug auf  $K$ .



## Anforderungen an Revision

- (K\*1) Für jeden Satz  $\alpha$  und jedes Belief-Set  $K$ ,  
ist  $K^*_\alpha$  ein Belief-Set. (closure)
- (K\*2)  $\alpha \in K^*_\alpha$  (success)
- (K\*3)  $K^*_\alpha \subseteq K^+$  (inclusion)
- (K\*4) Falls  $\neg\alpha \notin K$ , dann  $K^+_\alpha \subseteq K^*_\alpha$  (preservation)
- (K\*5)  $K^*_\alpha = K_\perp$ , gdw.  $\vdash \neg\alpha$  (vacuity)
- (K\*6) Falls  $\vdash\alpha \Leftrightarrow \beta$ , dann  $K^*_\alpha = K^*_\beta$  (extensionality)

### Basispostulate

- (K\*7)  $K^*_{\alpha\wedge\beta} \subseteq (K^*_\alpha)^+_\beta$  Ergänzende Postulate (superexpansion)
- (K\*8) Falls  $\neg\beta \notin K^*_\alpha$ , dann  $(K^*_\alpha)^+_\beta \subseteq K^*_{\alpha\wedge\beta}$  (subexpansion)

## Revision – Kontraktion

### Die Charakterisierung durch (K\*1) – (K\*6)

- wird als Standardcharakterisierung angesehen,
- sind für die Beziehung zwischen Revision und Kontraktion fundamental.

### Beziehung zwischen Revision und Kontraktion

- Kontraktionsoperatoren und Revisionsoperatoren können wechselseitig zur Definition herangezogen werden.

#### Levi-Identität

$$\text{(Def *) } K^*_\alpha = (K^-_{-\alpha})^+_\alpha$$

#### Harper-Identität

$$\text{(Def -) } K^-_\alpha = K \cap K^*_{-\alpha}$$

## Konstruktion von Kontraktionen

### Konstruktion von Belief-Change-Operatoren

- Für Kontraktion und Revision existiert durch die Postulate der AGM-Konzeption keine eindeutige Bestimmung der entsprechenden Operatoren.
- Wegen der systematischen Beziehungen zwischen Revisionen und Kontraktionen (Levi-Identität, Harper-Identität) ist es ausreichend, die Untersuchungen auf einen Typ, zu konzentrieren.

#### ➤ Kontraktionsoperatoren

- Prinzip der minimalen Veränderung ist bisher nicht formal spezifiziert.