

Wissensrepräsentation

—
Christopher Habel, Özgür Özçep
Sommersemester 2005

Sitzung 22: Belief-Revision (2)

- AGM-Konzeption:
 - Belief-Change-Operatoren (Fortsetzung)
 - Charakterisierung von Kontraktionsoperatoren
 - Epistemic entrenchment

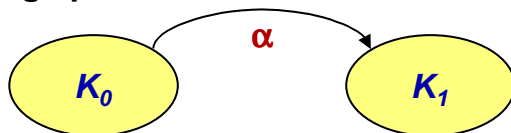
Epistemische Zustände und ihre Veränderung

Epistemischer Zustand

gegeben durch ein Belief-Set K aus der Menge der Belief-Sets \mathcal{K}
mögliche Haltungen eines Agenten im Zustand K zu einem Satz α

- α wird akzeptiert, falls $\alpha \in K$
- α wird abgelehnt, falls $\neg\alpha \in K$
- keine Haltung zu α , falls $\alpha \notin K$ und $\neg\alpha \notin K$

Veränderung epistemischer Zustände



Belief-Change-Operatoren: $\mathcal{K} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{K}$

Literatur

Zu *Belief-Revision*

- Alchourrón, Carlos E.; Gärdenfors, Peter & Makinson, David (1985). On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50. 510–530.
- Gärdenfors, Peter & Makinson, David (1988) Revisions of knowledge systems using epistemic entrenchment. In *Proceedings of the Second Conference on Theoretical Aspect of Reasoning About Knowledge*, 83–96.
- Gärdenfors, P. (1988). *Knowledge in Flux*. Cambridge, MA: MIT Press
- Gärdenfors, Peter & Rott, Hans (1995). Belief revision. In Dov M. Gabbay, Christopher J. Hogger, and John A. Robinson (eds.). *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming, Volume IV*. (pp. 35–132). Oxford: Oxford University Press.

Anforderungen an Expansion

- (K+1) Für jeden Satz α und jedes Belief-Set K ,
ist K^+_α ein Belief-Set. (closure)
- (K+2) $\alpha \in K^+_\alpha$ (success)
- (K+3) $K \subseteq K^+_\alpha$ (inclusion)
- (K+4) Falls $\alpha \in K$, dann $K = K^+_\alpha$ (vacuity)
- (K+5) Falls $H \subseteq K$, dann $H^+_\alpha \subseteq K^+_\alpha$ (monotonicity)
- (K+6) Für alle Belief-Sets K und jeden Satz α ,
ist K^+_α das kleinste Belief-Set, das
(K+1) bis (K+5) erfüllt (minimality)

Postulat (K+4) ist überflüssig;
es ist aus (K+1) – (K+3) und (K+5) – (K+6) beweisbar.

Anforderungen an Kontraktion

- (K-1) Für jeden Satz α und jedes Belief-Set K ,
ist K^-_α ein Belief-Set. (closure)
- (K-2) $K^-_\alpha \subseteq K$ (inclusion)
- (K-3) Falls $\alpha \notin K$, dann $K = K^-_\alpha$ (vacuity)
- (K-4) Falls $\neg\alpha$, dann $\alpha \notin K^-_\alpha$ (success)
- (K-5) Falls $\alpha \in K$, dann $K \subseteq (K^-_\alpha)^+$ (recovery)
- (K-6) Falls $\vdash\alpha \Leftrightarrow \beta$, dann $K^-_\alpha = K^-_\beta$ (extensionality)
-
- Basispostulate
-
- Ergänzende Postulate
- (K-7) $K^-_\alpha \cap K^-_\beta \subseteq K^-_{\alpha\wedge\beta}$ (intersection)
- (K-8) Falls $\alpha \notin K^-_{\alpha\wedge\beta}$, dann $K^-_{\alpha\wedge\beta} \subseteq K^-_\alpha$ (conjunction)

Anforderungen an Revision

- (K* 1) Für jeden Satz α und jedes Belief-Set K ,
ist K^*_α ein Belief-Set. (closure)
- (K* 2) $\alpha \in K^*_\alpha$ (success)
- (K* 3) $K^*_\alpha \subseteq K^+$ (inclusion)
- (K* 4) Falls $\neg\alpha \notin K$, dann $K^+_\alpha \subseteq K^*_\alpha$ (preservation)
- (K* 5) $K^*_\alpha = K_\perp$, gdw. $\vdash\neg\alpha$ (vacuity)
- (K* 6) Falls $\vdash\alpha \Leftrightarrow \beta$, dann $K^*_\alpha = K^*_\beta$ (extensionality)
-
- Basispostulate
-
- Ergänzende Postulate
- (K* 7) $K^*_{\alpha\wedge\beta} \subseteq (K^*_\alpha)^+_\beta$ (superexpansion)
- (K* 8) Falls $\neg\beta \notin K^*_\alpha$, dann $(K^*_\alpha)^+_\beta \subseteq K^*_{\alpha\wedge\beta}$ (subexpansion)

Revision – Kontraktion

Die Charakterisierung durch (K* 1) – (K* 6)

- wird als Standardcharakterisierung angesehen,
- sind für die Beziehung zwischen Revision und Kontraktion fundamental.

Beziehung zwischen Revision und Kontraktion

- Kontraktionsoperatoren und Revisionsoperatoren können wechselseitig zur Definition herangezogen werden.

Levi-Identität

$$(\text{Def } *) \quad K^*_\alpha = (K^-_{-\alpha})^+_\alpha$$

Harper-Identität

$$(\text{Def } -) \quad K^-_\alpha = K \cap K^*_{-\alpha}$$

Revision – Kontraktion Zwei Repräsentationstheoreme

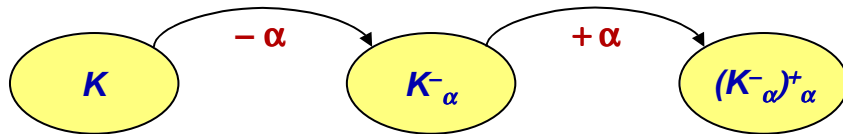
Theorem („Rechtfertigung für Levi-Identität“)

Sei $-$ ein Kontraktionsoperator, der (K-1) – (K-4) und (K-6) genügt, und $+$ der Expansionsoperator, der (K+1) – (K+6) genügt,
dann erfüllt der durch $K^*_\alpha = (K^-_{-\alpha})^+_\alpha$ definierte Revisionsoperator $*$ die Postulate (K* 1) – (K* 6).

Theorem („Rechtfertigung für Harper-Identität“)

Sei $*$ ein Revisionsoperator, der (K* 1) – (K* 6) genügt,
dann erfüllt der durch $K^-_\alpha = K \cap K^*_{-\alpha}$ definierte Kontraktionsoperator $-$ die Postulate (K-1) – (K-6).

Kontraktion – Recovery



(K-5) Falls $\alpha \in K$, dann $K \subseteq (K^-_\alpha)^+_\alpha$ (recovery)

Kontraktion – Recovery (Beispiel / Hanson)

K: “Cleopatra had a son” ($_$)
 “Cleopatra had a daughter” ($_$),
 thus: “Cleopatra had a child” ($_ \vee _$, briefly $_$).

Kontraktion bzgl. $_$:

K^-_δ : $_ _ _$ sollten nicht in K^-_δ sein.

Expansion bzgl. $_$:

$(K^-_\delta)^+_\delta$: $_$ sollte wieder akzeptiert werden.
 keine Haltung zu $_$ und $_$

➤ Entspricht nicht dem recovery axiom.

Konstruktion von Kontraktionen

Konstruktion von Belief-Change-Operatoren

- Für Kontraktion und Revision existiert durch die Postulate der AGM-Konzeption keine eindeutige Bestimmung der entsprechenden Operatoren.
- Wegen der systematischen Beziehungen zwischen Revisionen und Kontraktionen (Levi-Identität, Harper-Identität) ist es ausreichend, die Untersuchungen auf einen Typ, zu konzentrieren.

➤ Kontraktionsoperatoren

- Prinzip der minimalen Veränderung ist bisher nicht formal spezifiziert.

Eine für die α -Kontraktion relevante Teilmenge von K

Definition

Ein Belief-Set K' ist eine **maximale Teilmenge von K , die α nicht impliziert**, gdw.

- $K' \subseteq K$
- $\alpha \notin K'$
- für jedes $\beta \in \mathcal{L}$ gilt:
 Wenn $\beta \in K$ und $\beta \notin K'$, dann $\beta \Rightarrow \alpha \in K'$
 (wenn K' mit β expandiert würde, wäre α ableitbar.)

Die Menge aller Belief-Sets K' , die eine maximale Teilmenge von K sind, die α nicht impliziert, wird durch $K \perp \alpha$ bezeichnet.

Konstruktion eines Kontraktionsoperators

$K \perp \alpha$

- die Charakterisierung, spiegelt wichtige Ideen des Prinzips minimaler Veränderung bei der Wissensveränderung wider
- ist leer, gdw. $\vdash \alpha$
- enthält in den meisten Fällen mehr als ein Belief-Set

Konstruktion von Kontraktionsoperatoren

- unterscheiden sich im wesentlichen darin,
 - welches Belief-Set aus $K \perp \alpha$ ausgewählt wird, bzw.
 - wie aus $K \perp \alpha$ ein Belief-Set berechnet wird.

Maxi-Choice

γ sei eine Selektionsfunktion,

- spezieller, $\gamma(K \perp \alpha)$ liefert das „beste“ Belief-Set aus $K \perp \alpha$
 - ohne dass hier bestimmt sei, wie die Auswahl durchgeführt wird.

Definition der Kontraktion

$$\text{(Def max)} \quad K_{\alpha}^{-} = \begin{cases} \gamma(K \perp \alpha) & \text{falls } K \perp \alpha \neq \emptyset \\ K & \text{falls } K \perp \alpha = \emptyset \end{cases}$$

Eigenschaften der Maxi-Choice-Kontraktion

Theorem

Der durch Maxi-Choice definierte Kontraktionsoperator erfüllt die Kontraktionsbedingungen (K-1) – (K-6)

Theorem

Sei K_{α}^{-} durch Maxi-Choice definiert, K ein Belief-Set und α eine Wissensentität. Dann gilt für alle β entweder $\alpha \vee \beta \in K_{\alpha}^{-}$ oder $\alpha \vee \neg\beta \in K_{\alpha}^{-}$

Theorem

Sei K_{α}^{-} durch Maxi-Choice definiert und K_{α}^{*} durch Levi-Identität definiert. Dann ist für alle α mit $\neg\alpha \in K$ das Belief-Set K_{α}^{*} eine vollständige Theorie.

➤ Maxi-Choice behält zu viel Information

Nach Revision hat die WB zu allen Propositionen eine Meinung.

Full-Meet-Kontraktion

Ziel

- eine restriktivere Auswahl von Wissensentitäten für die Kontraktion

Definition der Kontraktion

$$\text{(Def meet)} \quad K_{\alpha}^{-} = \begin{cases} \cap(K \perp \alpha) & \text{falls } K \perp \alpha \neq \emptyset \\ K & \text{falls } K \perp \alpha = \emptyset \end{cases}$$

Eigenschaften der Full-Meet-Kontraktion

Theorem

Der durch Full-Meet definierte Kontraktionsoperator erfüllt die Kontraktionsbedingungen (K-1) – (K-6)

Theorem

Sei K_{α}^{-} durch Full-Meet definiert, K ein Belief-Set und α eine Wissensentität. Dann gilt für alle β

$$\beta \in K_{\alpha}^{-} \text{ gdw. } \beta \in K \text{ und } \neg\alpha \vdash \beta$$

Theorem

Sei K_{α}^{-} durch Full-Meet definiert und K_{α}^{*} durch Levi-Identität definiert. Dann gilt für alle α mit $\neg\alpha \in K$, dass $K_{\alpha}^{*} = \text{Th}(\alpha)$.

► Bei Full-Meet-Kontraktion wird zu viel Information aufgegeben.

Grenzfälle

Full meet:

Suppose I believe that p (Buenos Aires is the capital of Brazil) and that q (there is no King of France). When I learn $\neg p$ and revise my belief set using a revision operation based on full meet contraction, I give up the belief that there is no King of France.

Maxichoice:

Suppose I believe p (that Buenos Aires is the capital of Brazil) and have no idea about q (that the King of France is bald). Finding out that $\neg p$ is the case and revising my belief set using a revision based on maxichoice contraction means that I will make a decision as to q or $\neg q$.

Partial-Meet-Selection

γ sei eine Selektionsfunktion,

- spezieller, $\gamma(K \perp \alpha)$ liefert die Menge der „besten“ Belief-Sets aus $K \perp \alpha$
- ohne dass hier bestimmt sei, wie die Auswahl durchgeführt wird.

Definition der Kontraktion

$$\text{(Def part) } K_{\alpha}^{-} = \begin{cases} \bigcap \gamma(K \perp \alpha) & \text{falls } K \perp \alpha \neq \emptyset \\ K & \text{falls } K \perp \alpha = \emptyset \end{cases}$$

Eigenschaften der Partial-Meet-Selection-Kontraktion

Theorem

Der durch PMS definierte Kontraktionsoperator erfüllt die Kontraktionsbedingungen (K-1) – (K-6)

Die weiteren Eigenschaften von PMS-Kontraktion hängen wesentlich von der Spezifikation von γ ab.

- relational PMS: Präzedenzrelation \preceq über $K \perp \alpha$
- (Def γ) $\gamma(K \perp \alpha) = \{K' \in K \perp \alpha \mid K'' \preceq K' \text{ für alle } K'' \in K \perp \alpha\}$
- Relationale PMS-Kontraktion erfüllt auch (K-7)
- Ist \preceq transitiv, so erfüllt relationale PMS-Kontraktion zusätzlich (K-8).

Epistemic entrenchment: Die Grundidee

Grundidee (Gärdenfors & Makinson, 1988):

Wissensentitäten im Belief-Set sind nicht gleichartig im Hinblick darauf,

- wie wichtig sie für das Schliessen, Handeln oder Planen sind,
- ob sie bei einer Kontraktion oder Revision aufgegeben werden können bzw. aufgegeben werden sollten.

➤ Präferenzordnung

über den Elementen der Belief-Sets

- Epistemic entrenchment \approx epistemische „Verwurzelung“
- entscheidet darüber, welche Entitäten bei einer Kontraktion früher bzw. später aufgegeben werden.

Epistemic entrenchment: Die Postulate

Definition: Eine Ordnung \leq_K über \mathcal{L} ist eine **Epistemic-Entrenchment-Ordnung** (bzgl. K), falls sie die folgenden Bedingungen erfüllt.

- (EE1) Für alle $\alpha, \beta, \gamma \in \mathcal{L}$ gilt: falls $\alpha \leq \beta$ und $\beta \leq \gamma$, dann $\alpha \leq \gamma$ (transitivity)
- (EE2) Für alle $\alpha, \beta \in \mathcal{L}$ gilt: falls $\{\alpha\} \vdash \beta$ dann $\alpha \leq \beta$ (dominance)
Falls α oder β aufgegeben werden muss, dann ist die Aufgabe von α die kleinere Veränderung, da bei Aufgabe von β die Abschlussbedingung für Belief-Sets die Aufgabe von α erfordert.
- (EE3) Für alle $\alpha, \beta \in \mathcal{L}$ gilt entweder $\alpha \leq \alpha \wedge \beta$ oder $\beta \leq \alpha \wedge \beta$ (conjunctiveness)
- (EE4) Wenn $K \neq K_{\perp}$, dann: $\alpha \notin K$ gdw. $\alpha \leq \beta$ für alle $\beta \in \mathcal{L}$. (minimality)
- (EE5) Falls $\beta \leq \alpha$ für alle $\beta \in \mathcal{L}, \vdash \alpha$. (maximality)

Kontraktion und Epistemic-Entrenchment (1)

Charakterisierung von Kontraktion durch Epistemic-Entrenchment

(Con $-$) $\beta \in K_{\alpha}^{-}$ gdw.
 $\beta \in K$ und entweder $\alpha \leq \alpha \vee \beta$ oder $\vdash \alpha$

Charakterisierung von Epistemic-Entrenchment durch Kontraktion

(Con \leq) $\alpha \leq \beta$ gdw.
 $\alpha \notin K_{\alpha\beta}^{-}$ oder $\vdash \alpha \wedge \beta$

Kontraktion und Epistemic-Entrenchment (2)

Theorem

Sei $K \in \mathcal{K}$ ein Belief-Set und \leq ein Epistemic-Entrenchment über K .

Wenn für jedes $\alpha \in \mathcal{L}$ die Kontraktion K_{α}^{-} mittels von (Con $-$) definiert wird, dann sind (K-1) – (K-8) sowie (Con \leq) erfüllt.

Theorem

Sei K^{-} ein Kontraktionsoperator, der (K-1) – (K-8) erfüllt.

Für jedes Belief-Set $K \in \mathcal{K}$ gilt:

Wenn eine Relation \leq mittels von (Con \leq) definiert wird, so ist \leq ein Epistemic-Entrenchment, d.h. \leq genügt (EE1) – (EE5), und es ist (Con $-$) erfüllt.

Ausgangspunkt:

Rationalitätskriterien für Wissensveränderung

Formale Charakterisierung dieser Kriterien durch Postulate (Anforderungen)

- Theoreme zu den Eigenschaften der Belief-Change Operatoren

Alternative Konstruktionen für Kontraktion (und somit Revision) sind möglich

- Präferenzordnungen sind nützlich
 - Partial meet selection
 - Epistemic entrenchment (Gärdenfors & Makinson)
 - ist durch possibilistische Logik realisierbar (-> Vorl. 23)

Belief Bases

- endliche Mengen von Formeln
- Epistemische Einstellungen: explizit vs. implizit akzeptiert
- Belief changes bzgl. Belief bases
- Prioritized belief bases
- Neue belief change Operatoren:
 - *Consolidation* (Erzwingung von Konsistenz)
 - *Semi-Revision* (Non-prioritized Revision)

Non-prioritized Revision

- Eingabe hat nicht notwendiger Weise die höchste Priorität
- Entscheidung + Revision
 - *Selective revision*

Belief sets vs. belief bases

Probleme mit logisch (deduktiv) abgeschlossenen belief sets:

- Unendliche Mengen.
- Inkonsistenz führt zur Trivialisierung.
- Höchste Priorität für neu eingehende Information.
- Keine Unterscheidung zwischen expliziten und impliziten Wissensentitäten.

Belief Bases (Hansson)

Eine **belief base** B ist eine endliche Menge von Formeln.

Expansion: $B + \pm = B \cup \{\pm\}$.

Epistemische Einstellungen:

- ∇ $\alpha \in \text{Th}(B)$: α wird (implizit) akzeptiert (implicitly believed).
- ∇ $\alpha \in B$: α wird explizit akzeptiert (explicitly believed).
- ∇ $\alpha \in \text{Th}(B) \setminus B$: α wird nur erschlossen (merely derived).

Inkonsistenztoleranz

Eine *belief base* B ist eine endliche Menge von Formeln.

- Es wird an *belief bases* nicht die Forderung der Konsistenz gestellt.

Inkonsistenztoleranz

Beispiel:

$$B_1 = \{ p \wedge \neg p, q_1, q_2, q_3 \}$$

$$B_2 = \{ p, \neg p, \neg q_1, \neg q_2, \neg q_3 \}$$

Es gilt

$$\text{Th}(B_1) = \text{Th}(B_2)$$

aber

$$\text{Th}(B_1 \div p) = \text{Th}(B_2 \div p)$$

Operationen auf *belief bases* (1)

Expansion: $B + \pm = B \cup \{\pm\}$

Contraction:

- Partial meet:
 - Verfahren entsprechend zu AGM, aber Bezug ausschliesslich auf *belief bases*.
 - Eigenschaften unterscheiden sich von AGM-partial meet
- Kernel.
- Prioritized base contraction.
 - basiert auf einer linearen Ordnung über den Elementen von B

Operationen auf *belief bases* (2)

Revisionen

Internal revision (Levi Identity):

- $B \bar{\mp} \pm = (B \div \neg\pm) + \pm$

External revision (Reversed Levi Identity):

- $B \pm \pm = (B + \pm) \div \neg\pm$
 - Zwischenzustand ist eventuell inkonsistent

- Revisionsoperatoren unterscheiden sich in ihren Eigenschaften, abhängig von der Parametersetzung:
 - *intern* vs. *extern*
 - basiert auf: *partial meet*, *kernel* oder *prioritized base*

Operationen auf *belief bases* (3)

zwei neue Operatoren:

Consolidation

- $B! = B \div \perp$
- Mache die *belief base* konsistent!
- Konsolidierung ist sinnvolle Operation, da es keine Konsistenzforderung für *belief bases* gibt.
- Verschiedene inkonsistente *belief bases* führen (im Normalfall) zu verschiedenen Konsolidierungen.

Semi-Revision (Non-prioritized revision)

- neue Information kann zurückgewiesen werden (im Rahmen der Revision)
- $B?\pm = (B + \pm)!$

Literatur

Zur Ergänzung empfohlen:

Andreas Herzig & Renata Wassermann [2001]:

Course "Belief Change, from AGM to realistic models".
13th European Summer School in Logic, Language and
Information (ESSLLI'01.)

<http://www.irit.fr/ACTIVITES/LILaC/Pers/Herzig/Esslli01/>

Renata Wassermann (2000). Resource-Bounded Belief Revision. PhD thesis. Universiteit van Amsterdam.

<http://www.ime.usp.br/~renata/Thesis.html>

URLs am 1.7.2005 getestet!