

Grundlagen der Verarbeitung von Wissen über Raum, Zeit und Ereignisse

4. Sitzung

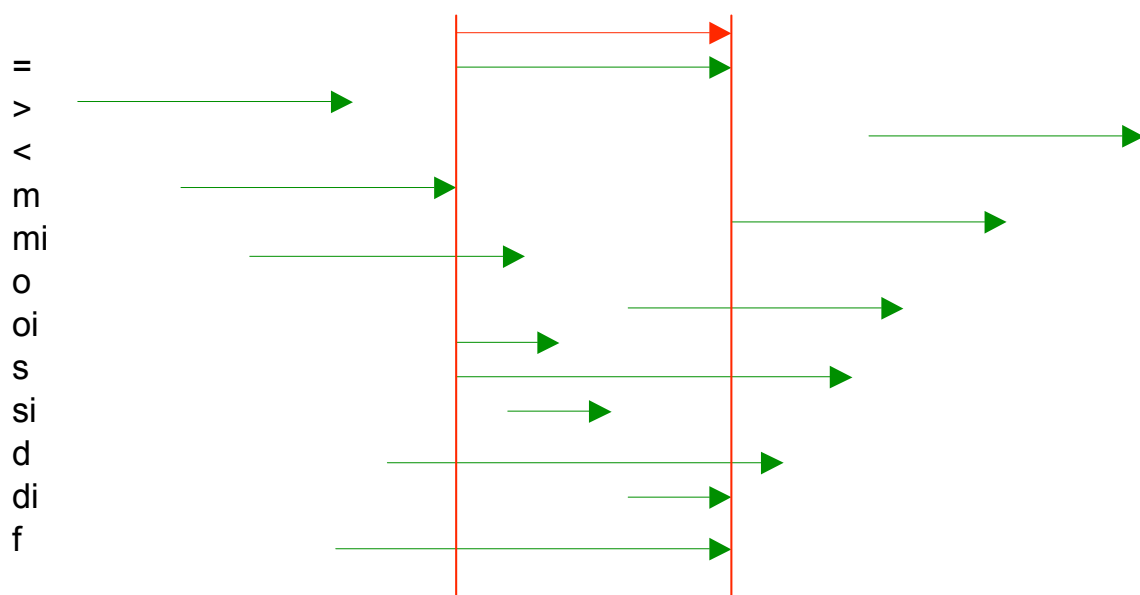
Zeit-Ontologie: Periodenstrukturen – Allens Zeitkalkül

Gliederung

- Kompositionstabelle und Axiomatik
- Constraint-Verarbeitung
- Konzeptuelle Nachbarschaften
- Verallgemeinerungen und Anwendung im Raum

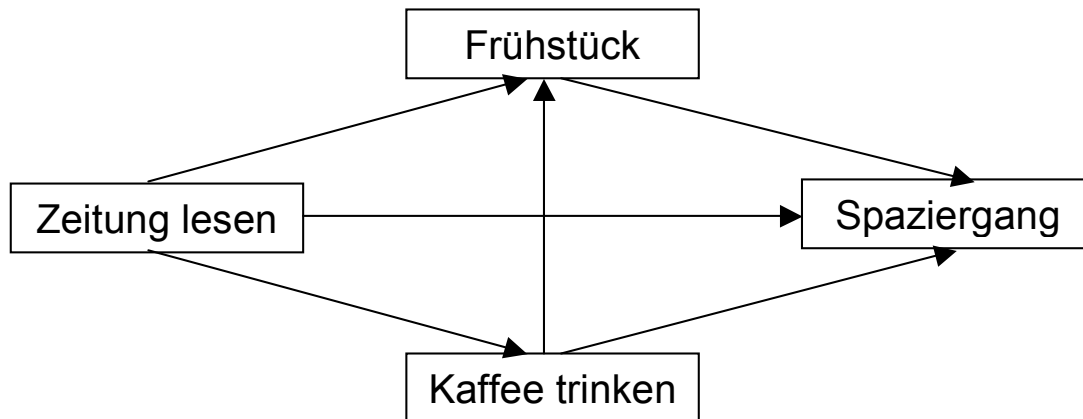
Zur Erinnerung: Dreizehn Basisrelationen

- für Perioden in linearen Strukturen
- paarweise exklusiv, gemeinsam exhaustiv



Ein Beispiel von van Beek (1992)

Fred was reading the paper **while** eating his breakfast.
He put the paper down **and** drank the last of his coffee.
After breakfast he went for a walk.



Informationskombinatorik: Problemstellung

Gegeben sei eine Menge von Aussagen.

- (in einer Sprache \mathcal{L} mit wohldefinierter Semantik)
- Welche Bedingungen sind implizit, d.h. folgerbar?
- Ist die Aussagenmenge konsistent?
- Gib mir ein Modell an!

Kalkül ($\mathcal{C} = (\mathcal{L}, \mathcal{A}, \mathcal{R})$)

- Ein Kalkül wird gebildet durch eine (formale) Sprache (\mathcal{L}), eine Menge von Formeln (\mathcal{A}) aus \mathcal{L} , genannt die Axiome, und eine Menge von Inferenzregeln (\mathcal{R}).
- Ein Beweis einer Formel F in \mathcal{C} ist eine endliche Folge von Axiomen und Resultaten von Regelanwendung auf frühere Folgenglieder, wobei F das letzte Folgenglied ist.
- Der Kalkül ist korrekt, wenn nur folgerbare Aussagen ableitbar sind.
- Der Kalkül ist vollständig, wenn alle folgerbaren Aussagen ableitbar sind.

Allgemeiner Ansatz

- \mathcal{L} : Prädikatenlogische Sprache
- \mathcal{A} : Prädikatenlogik-Axiome + [A1]–[A6] + ggf. die Definitionen
- \mathcal{R} : Modus Ponens, Substitutionsregel, ...

Allen-Ansatz

- Fokussierung auf spezifische Aspekte der Informationskombinatorik (Relationenkomposition)
- Verwendung spezifischer Inferenzverfahren (Constraint-Propagation)
- Kompositionstabelle als (axiomatische) Basis des Verfahrens.

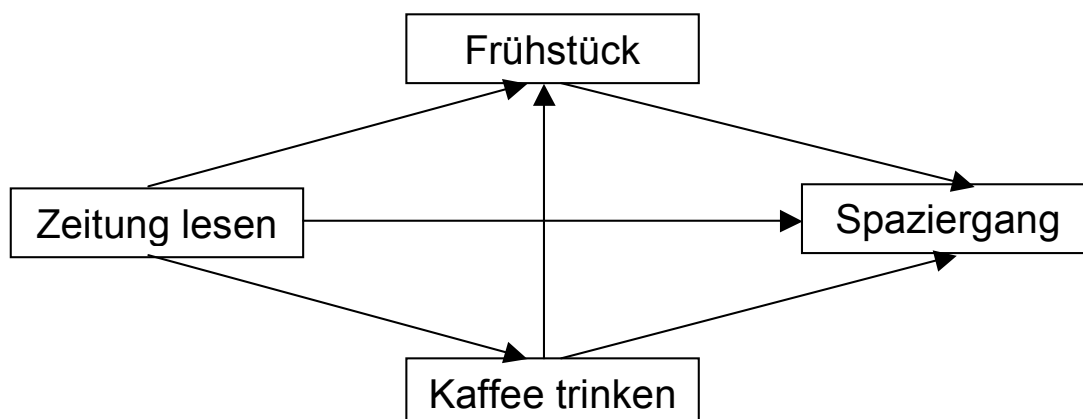
zu klären

- Leistungsfähigkeit und Grenzen des speziellen Ansatzes

Informationskombinatorik: Beispiel

Ein Beispiel von van Beek (1992)

Fred was reading the paper **while** eating his breakfast.
He put the paper down **and** drank the last of his coffee.
After breakfast he went for a walk.

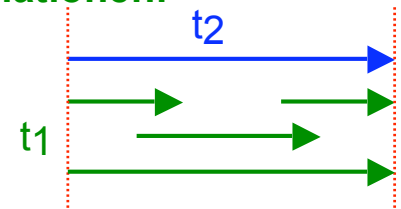


Definition von binären Relationen mit den Basisrelationen (1)

Zusammenfassung durch Disjunktion der Relationen:

- **Inklusion** / Teil-von

$$t1 \sqsubseteq t2 \leftrightarrow_{\text{def}} \text{starts}(t1, t2) \vee \text{during}(t1, t2) \\ \vee \text{finishes}(t1, t2) \vee \text{equal}(t1, t2)$$



- **Präzedenz**

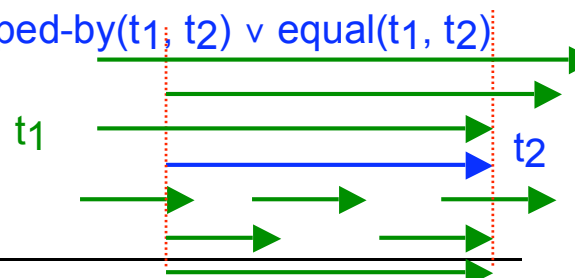
$$t1 < t2 \leftrightarrow_{\text{def}} \text{before}(t1, t2) \vee \text{meets}(t1, t2)$$



- **Überlappung**

$$t1 \circ t2 \leftrightarrow_{\text{def}} \text{contains}(t1, t2) \vee \text{started-by}(t1, t2) \vee \text{finished-by}(t1, t2) \\ \vee \text{starts}(t1, t2) \vee \text{finishes}(t1, t2) \vee \text{overlaps}(t1, t2) \\ \vee \text{during}(t1, t2) \vee \text{overlapped-by}(t1, t2) \vee \text{equal}(t1, t2)$$

$$t1 \circ t2 \leftrightarrow_{\text{def}} t1 \text{ (di si fi o d o i s f =) } t2$$



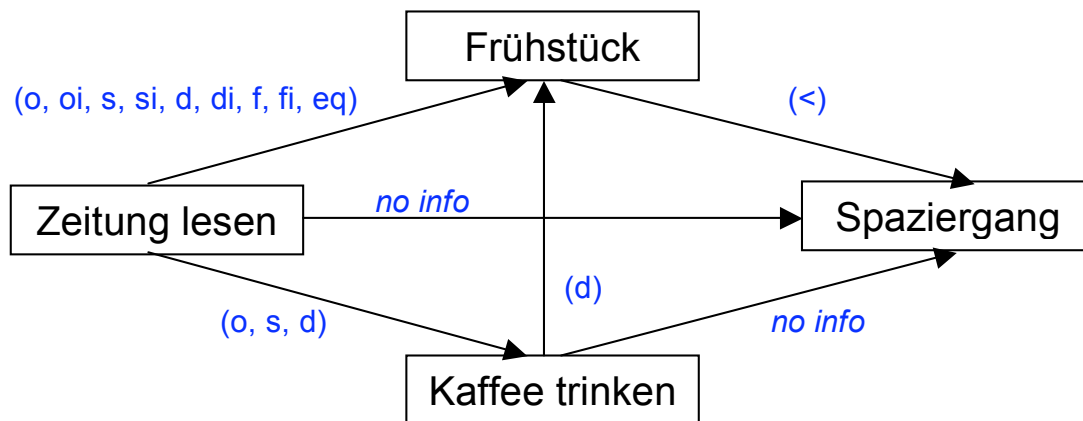
Definition von binären Relationen mit den Basisrelationen (2)

Allensche Intervall-Systeme (z.B. bei Nebel / Bürckert, 1995):

- Es gelten alle für den allgemeinen Fall von Periodenstrukturen angegebenen Prinzipien für Perioden außer [EXTP].
(Axiom der Ausdehnung von Perioden)
- Sei \mathcal{B} die **Menge der Basisrelationen**, dann kann eine binäre Relation R über den Perioden / Intervallen dargestellt werden,
 - als Disjunktion von Basisrelationen
 - $R(x, y) = B_i(x, y) \vee \dots \vee B_j(x, y)$
 - alternativ, als $R = \{ B_i, \dots, B_j \}$
 - Jede Disjunktion von Basisrelationen stellt eine andere Relation dar.
- Insgesamt $2^{13} - 1 =$ **8191 konsistente Relationen**
→ Disjunktionen von Basisrelationen als Normalformdarstellung von Relationen

Ein Beispiel von van Beek (1992)

Fred was reading the paper **while** eating his breakfast.
He put the paper down **and** drank the last of his coffee.
After breakfast he went for a walk.



Informationskombinatorik – Relationskomposition

Relationskomposition

Seien drei Zeitperioden t_1 , t_2 , t_3 gegeben.

- Durch die Relation zwischen t_1 und t_2 sowie die Relation zwischen t_2 und t_3 wird (u.U.) die Menge der möglichen Relationen zwischen t_1 und t_3 beschränkt.

Mögliche Fälle

- eine passende Relation:

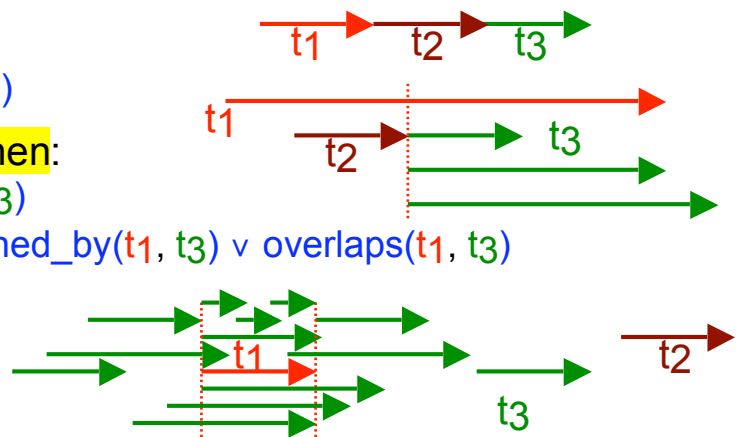
$$\text{meets}(t_1, t_2) \wedge \text{meets}(t_2, t_3) \\ \rightarrow \text{before}(t_1, t_3)$$

- mehrere mögliche Relationen:

$$\text{contains}(t_1, t_2) \wedge \text{meets}(t_2, t_3) \\ \rightarrow \text{contains}(t_1, t_3) \vee \text{finished_by}(t_1, t_3) \vee \text{overlaps}(t_1, t_3)$$

- keine Information:

$$\text{before}(t_1, t_2) \wedge \text{after}(t_2, t_3)$$



Theoreme der Informationskombinatorik

- Diese Art der Informationskombinatorik ergibt sich aus Theoremen der Form:

$$\forall t_1, t_2, t_3 [t_1 R_1 t_2 \wedge t_2 R_2 t_3 \rightarrow t_1 R_3 t_3]$$

Beispiel:

$$\forall t_1, t_2 [\text{before}(t_1, t_2) \leftrightarrow \exists t_3 [\text{meets}(t_1, t_3) \wedge \text{meets}(t_3, t_2)]]$$

Def. von before

$$\forall t_1, t_2 [\exists t_3 [\text{meets}(t_1, t_3) \wedge \text{meets}(t_3, t_2)] \rightarrow \text{before}(t_1, t_2)]$$

$$\forall t_1, t_2, t_3 [\text{meets}(t_1, t_3) \wedge \text{meets}(t_3, t_2) \rightarrow \text{before}(t_1, t_2)]$$

Informationskombinatorik – Komposition von Disjunktionen

- Für die Komposition von Disjunktionen gilt:
 $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \models ((A \vee C) \rightarrow (B \vee D))$
- Also: **Komposition von Disjunktionen** von Basisrelationen durch Disjunktion aller möglichen Kombinationen von Basisrelationen.
- Aus der Information über die Komposition von Basisrelationen lassen sich alle Relationskompositionen berechnen.

Beispiel

$$t_1 < t_2 \wedge t_2 < t_3$$

$$\Leftrightarrow (\text{before}(t_1, t_2) \vee \text{meets}(t_1, t_2)) \wedge (\text{before}(t_2, t_3) \vee \text{meets}(t_2, t_3))$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{ll} [(\text{before}(t_1, t_2) \wedge \text{before}(t_2, t_3)) & \rightarrow \text{before}(t_1, t_3) \\ \vee (\text{meets}(t_1, t_2) \wedge \text{before}(t_2, t_3)) & \rightarrow \text{before}(t_1, t_3) \\ \vee (\text{before}(t_1, t_2) \wedge \text{meets}(t_2, t_3)) & \rightarrow \text{before}(t_1, t_3) \\ \vee (\text{meets}(t_1, t_2) \wedge \text{meets}(t_2, t_3)) & \rightarrow \text{before}(t_1, t_3) \end{array}$$

Kompositionstabelle – Kompositionsaxiome

Kompositionstabelle für die Basisrelationen für Zeitperioden

$t_2 R_2 t_3$	$<$	$>$	d	di	o	...
$t_1 R_1 t_2$	$<$	$>$	$< o m d s$	$<$	$<$...
$<$	$<$	<i>no info</i>	$< o m d s$	$<$	$<$...
$>$	<i>no info</i>	$>$	$>oi mi d f$	$>$	$> oi mi d f$...
d	$<$	$>$	d	<i>no info</i>	$< o m d s$...
di	$< o m di fi$	$> oi di mi si$	$o oi d di =$	di	$o di fi$...
...

→ Allen (1983)

- Zu je zwei Basisrelationen ist die Menge der kompatiblen Basisrelationen eingetragen.
- Die Tabelle kann als **alternatives Axiomensystem [AK]** interpretiert werden. Z.B.:

[A<d] $\forall t t' t'' [t < t'' \wedge t'' d t' \rightarrow (t < t' \vee t o t' \vee t m t' \vee t d t' \vee t s t')]$

Kompositionstabelle (komplett , ohne equal / =)

R_2	$<$	$>$	d	di	o	oi	m	mi	s	si	f	fi
R_1	$<$	$>$	d	di	o	oi	m	mi	s	si	f	fi
$<$	$<$	<i>no info</i>	$< o m d s$	$<$	$<$	$< o m d s$	$<$	$< o m d s$	$<$	$<$	$< o m d s$	$<$
$>$	<i>no info</i>	$>$	$> oi mi d f$	$>$	$> oi mi d f$	$>$	$> oi mi d f$	$>$	$< o m d s$	$>$	$>$	$>$
d	$<$	$>$	d	<i>no info</i>	$< o m d s$	$> oi mi d f$	$<$	$>$	d	$> oi mi d f$	d	$< o m d s$
di	$< o m di fi$	$> oi di mi si$	$o oi d di =$	di	$oi di fi$	$oi di si$	$o di fi$	$oi di si$	$o di fi$	di	$oi di si$	di
o	$<$	$> oi di mi si$	$o d s$	$< o m di fi$	$< o m$	$o oi d di =$	$<$	$oi di si$	o	$o di fi$	$o d s$	$< o m$
oi	$< o m di fi$	$>$	$oi d f$	$> oi mi di si$	$o oi d di =$	$> oi mi$	$o di fi$	$>$	$oi d f$	$> oi mi$	oi	$oi di si$
m	$<$	$> oi di mi si$	$o d s$	$<$	$<$	$o d s$	$<$	$f fi =$	m	m	$o d s$	$<$
mi	$< o m di fi$	$>$	$oi d f$	$>$	$oi d f$	$> oi$	$s si =$	$>$	$oi d f$	$>$	mi	$< mi$
s	$<$	$>$	d	$< o m di fi$	$< o m$	$d f$	$<$	mi	s	$s si =$	d	$m o$
si	$< o m di fi$	$>$	$oi d f$	di	$o di fi$	oi	$o di fi$	mi	$s si =$	si	oi	di
f	$<$	$>$	d	$> oi di mi si$	$o d s$	$> oi mi$	m	$>$	d	$> oi mi$	f	$f fi =$
fi	$<$	$> oi di mi si$	$o d s$	di	o	$o di si$	m	$o di si$	o	di	$f fi =$	fi

Beziehung zwischen den Axiomensystemen für Periodenrelationen (1)

Das Axiomensystem [AK]

- bestehe aus den Axiomen, die aus der Kompositionstabelle ableitbar sind,
- den Axiomen für **Exhaustivität** und **Exklusivität** der 13 Basisrelationen:

$$\text{[Exh]} \quad \forall t t' [t < t' \vee t > t' \vee t o t' \vee t o i t' \vee t m t' \vee t m i t' \vee t d t' \vee t d i t' \vee t s t' \vee t s i t' \vee t f t' \vee t f i t' \vee t = t']$$

$$\text{[Exk]} \quad \forall t t' [t < t' \rightarrow \neg(t > t' \vee t o t' \vee t o i t' \vee t m t' \vee t m i t' \vee t d t' \vee t d i t' \vee t s t' \vee t s i t' \vee t f t' \vee t f i t' \vee t = t')]$$

.....

- und den Axiomen für die **Konversität** von Relationenpaaren:
 $\forall t t' [t < t' \leftrightarrow t' > t], \dots\dots\dots$

Beziehung zwischen den Axiomensystemen für Periodenrelationen (2)

Die Axiomensysteme [A1–A6] und [AK] sind nicht äquivalent

- Axiomensysteme sind äquivalent, wenn sie dieselben Modelle / Theoreme haben.
-
- In [AK] kann z.B. nicht auf die Existenz von Perioden geschlossen werden.
- Aber: Alle Modelle von [A1–A6] sind Modelle von [AK].
- Schlussverfahren mit der Kompositionstabelle sind **korrekt**, **aber nicht vollständig** für [A1–A6].

Kalkül ($C = (\mathcal{L}, \mathcal{A}, \mathcal{R})$)

- \mathcal{L} : (formale) Sprache \mathcal{A} : Axiome \mathcal{R} : Inferenzregeln

Allen-Kalkül

- \mathcal{L} : Atomare Formeln:
 - $t_1 R t_2$, wobei t_1, t_2 Namen für Zeitperioden und
 - R eine Disjunktion von Basisrelationen ist.
- Komplexe Formeln werden durch Konjunktionen von Formeln gebildet.
- \mathcal{A} : Gegeben durch die Einträge der Kompositionstabelle
- \mathcal{R} : Regeln für die Kombination von Disjunktionen, für Exhaustivität und Exklusivität, für die Constraint-Verarbeitung

Ausdrückbarkeit in \mathcal{L}

- \mathcal{L} : Atomare Formeln:
 - $t_1 R t_2$, wobei t_1, t_2 Namen für Zeitperioden und
 - R eine Disjunktion von Basisrelationen sind.
- Komplexe Formeln werden durch Konjunktionen von Formeln gebildet.

(Wie) lässt sich Negation ausdrücken ?

Sind die Formeln in KNF ?

Was lässt sich nicht ausdrücken ?

Schließen mit Kompositionstabellen: Constraint-Verfahren (1)

→ Die Kompositionstabelle kann als ein System von *Abhängigkeiten von Beschränkungen* (**Constraints**) aufgefasst werden.

Mögliche Fälle (zur Erinnerung)

- eine passende Relation:
 $\text{meets}(t, t'') \wedge \text{meets}(t'', t') \rightarrow \text{before}(t, t')$
- mehrere mögliche Relationen:
 $\text{contains}(t, t'') \wedge \text{meets}(t'', t')$
→ $\text{contains}(t, t') \vee \text{finished_by}(t, t') \vee \text{overlaps}(t, t')$
- keine Information:
 $\text{before}(t, t'') \wedge \text{after}(t'', t')$

Schließen mit Kompositionstabellen: Constraint-Verfahren (2)

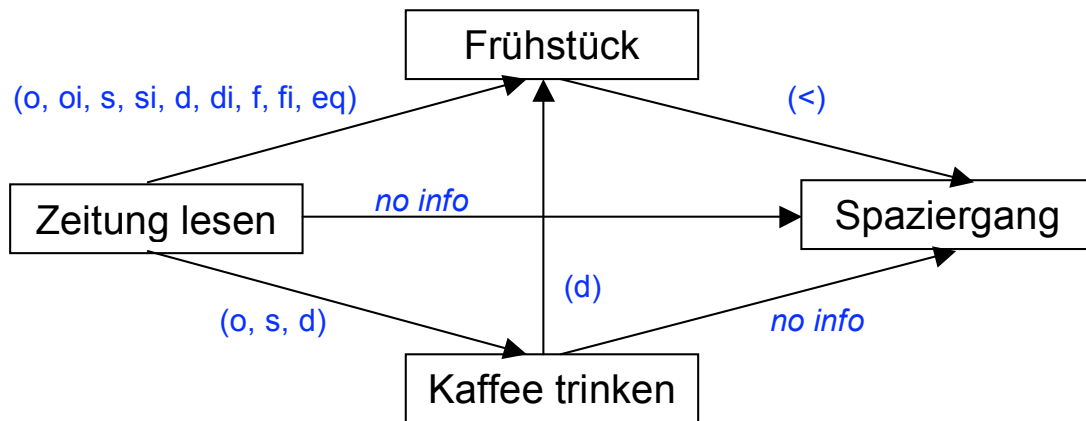
Berechnungssystem für zeitliches Schließen über Perioden

- *Perioden* werden als *Knoten* in einem gerichteten Graphen repräsentiert.
- Die gerichteten *Kanten* sind mit Mengen von Relationssymbolen etikettiert:
 - Information über die zeitliche Relation zwischen den verbundenen Perioden (gegebenenfalls disjunktive Information)
- Die Verarbeitung besteht in der Prüfung der Kompatibilität der Relationenmengen von den Kanten, die jeweils drei Knoten verbinden.

Constraint Netz

Ein Beispiel von van Beek (1992)

Fred was reading the paper **while** eating his breakfast.
He put the paper down **and** drank the last of his coffee.
After breakfast he went for a walk.



Constraint-Propagation-Algorithmus (Allen 1983)

$N(i, j)$: die im Netz erfasste Relation zwischen den Knoten i und j

$R(i, j)$: die in das Netz zu integrierende Relation zwischen den Knoten i und j

ToDo: Liste von noch zu bearbeitenden Kanten

PROCEDURE Propagate $R(a, b)$ into N

Add arc $\langle a, b \rangle$ to ToDo;

WHILE ToDo is not empty DO

 Get next arc $\langle i, j \rangle$ from ToDo;

$N(i, j) \leftarrow R(i, j)$;

 FOR EACH node k DO

$R(k, j) \leftarrow N(k, j) \cap \text{Combine}(N(k, i), R(i, j))$;

 IF $R(k, j) \neq N(k, j)$ THEN add $\langle k, j \rangle$ to ToDo FI;

$R(i, k) \leftarrow N(i, k) \cap \text{Combine}(R(i, j), N(j, k))$;

 IF $R(i, k) \neq N(i, k)$ THEN add $\langle i, k \rangle$ to ToDo FI;

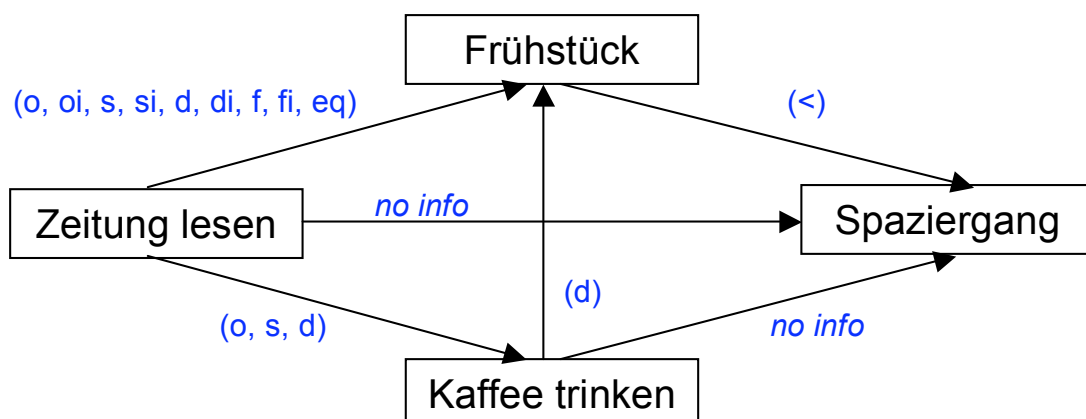
 OD;

OD;

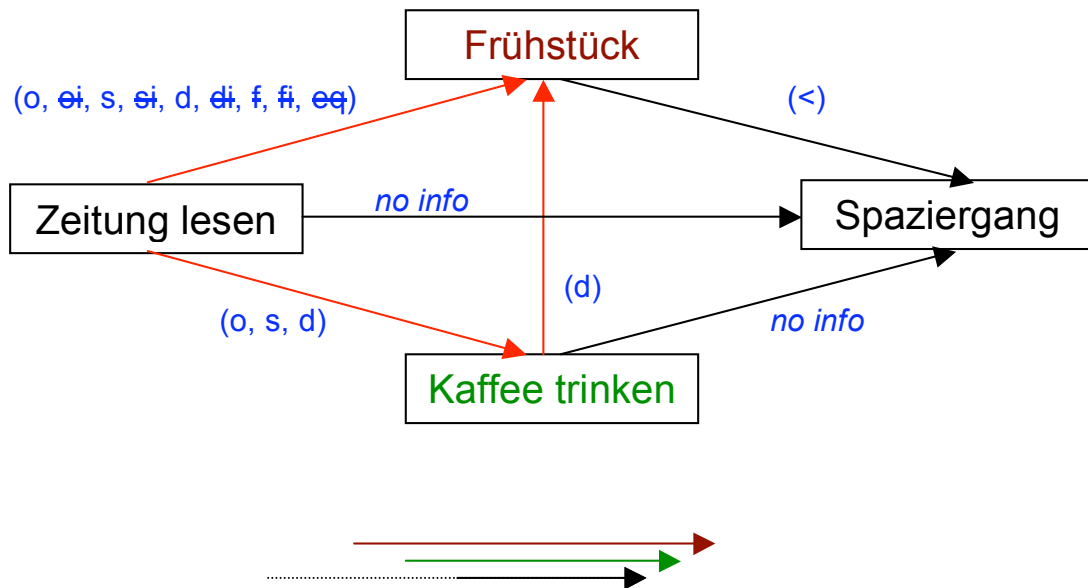
Constraint Propagation

- Für jeden Teilgraph aus drei Knoten und die sie verbindende Kanten kann mit Hilfe der Kompositionstabelle **geprüft** werden, ob jede der angegebenen Relationen mit den Relationen der anderen Kanten **verträglich** ist.
 - ➔ Da nur endlich viele Knoten und Kanten vorhanden sind und jede Kante höchstens 13 Label trägt, kann nur endlich oft eine echte Einschränkung erfolgen.
 - ➔ Das Verfahren terminiert mit einem Netz, in dem die Relationen an Kanten-Dreiecken stets miteinander verträglich sind.

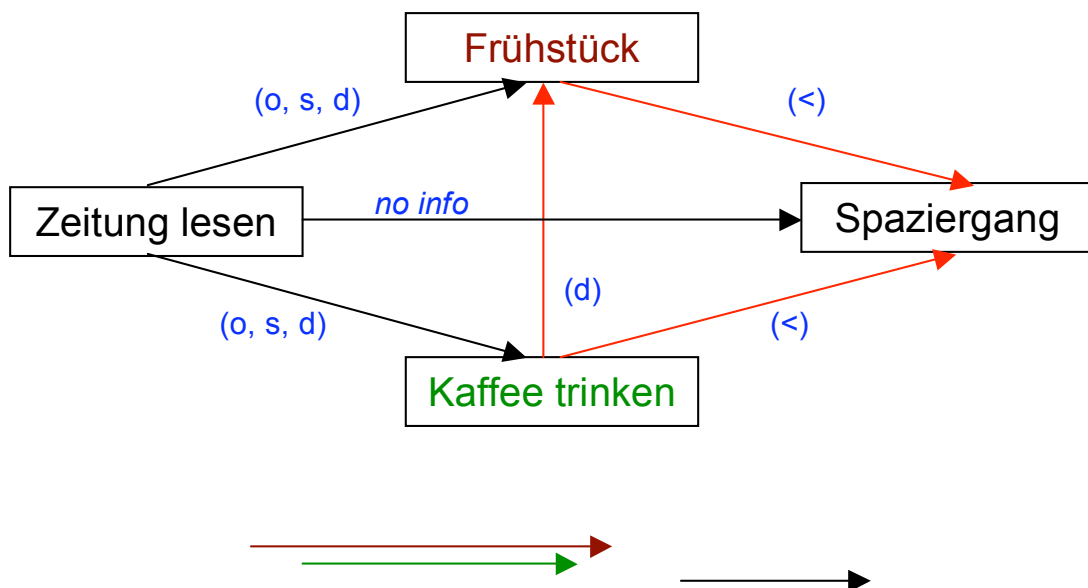
Constraint Propagation (van Beeks Beispiel) – Ausgangsnetz



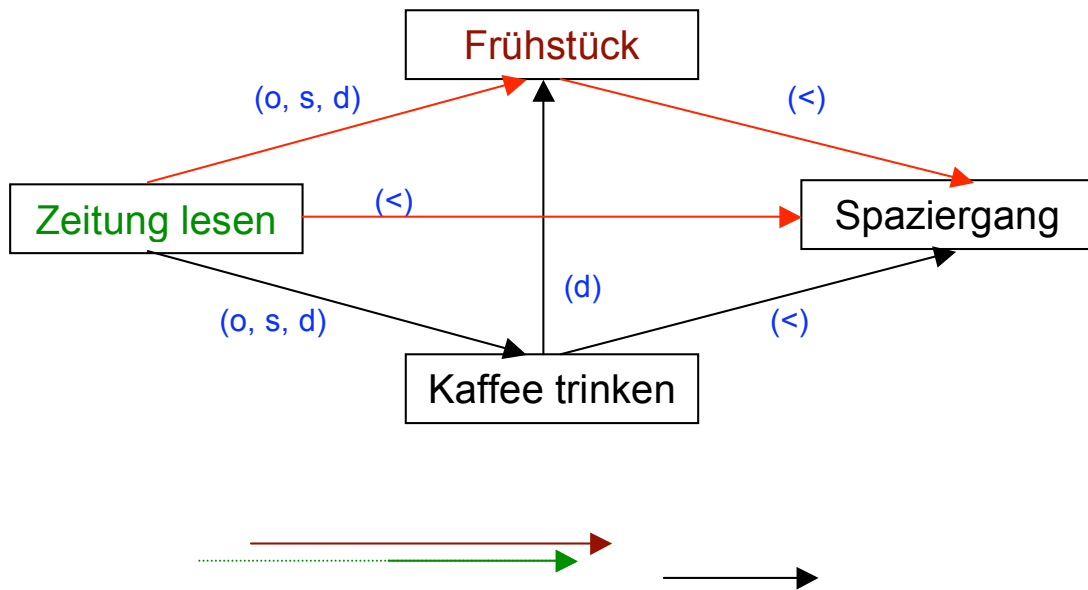
Constraint Propagation (van Beeks Beispiel) Schritt 1: Konsistenzprüfung – Löschen von Relationen



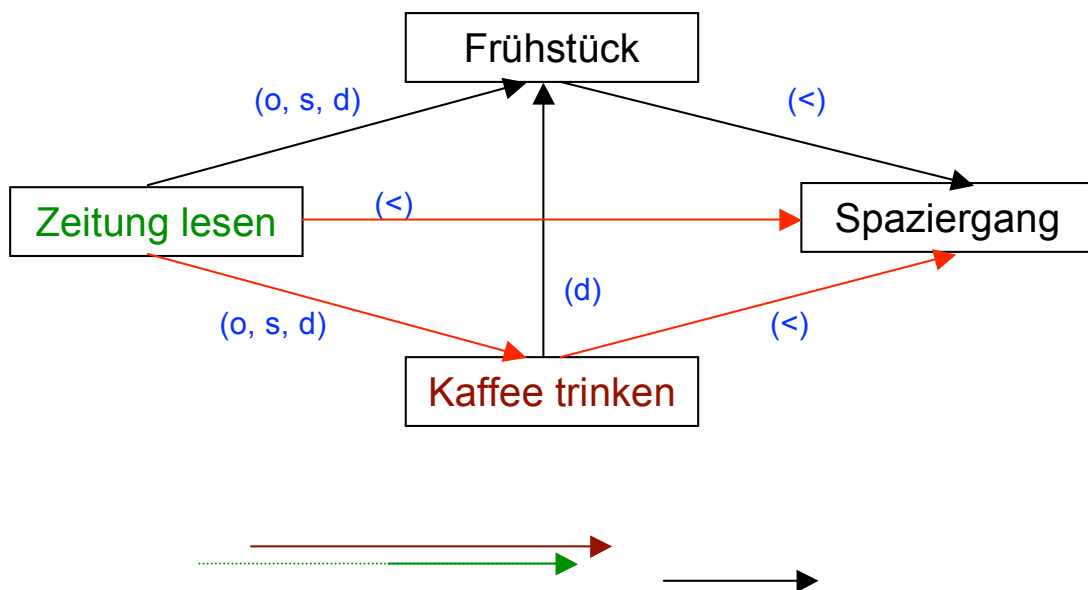
Constraint Propagation (van Beeks Beispiel) Schritt 2: Informationsergänzung (Neue Kante)



Constraint Propagation (van Beeks Beispiel) Schritte 3: Informationsergänzung (Neue Kante)



Constraint Propagation (van Beeks Beispiel) Schritte 4: Konsistenzprüfung

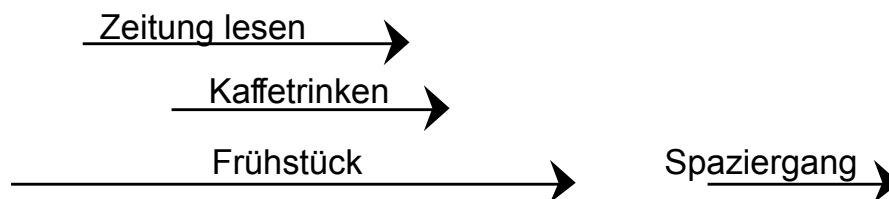


Gegeben sei eine Menge von Aussagen.

- Welche Bedingungen sind implizit / ableitbar?
 - Ableitung von weiteren Bedingungen entspricht der Einschränkung der Markierungsmengen.
 - Ist die Aussagenmenge konsistent?
 - Das Constraint-Netz ist **pfadkonsistent**, wenn sich keine weiteren Einschränkungen ableiten lassen.
 - Das Constraint-Netz wird in eine Normalform überführt.
 - Ist eine Kante mit der leeren Menge markiert, dann ist die Bedingungs Menge inkonsistent.
- Aber: es gibt inkonsistente Aussagenmengen, die nicht zu leeren Markierungen führen.

Constraint Satisfaction

Gibt es ein Modell, das alle Bedingungen erfüllt?



- Das Problem, ob es ein Modell für die Bedingungen gibt, ist **NP-schwer**.
 - Das Problem, alle überflüssigen Label zu löschen, ist **NP-schwer**.
- Es gibt Algorithmen, die Pfadkonsistenz von Constraint-Netzen mit $O(n^3)$ herstellen.
 - Pfadkonsistenz ist schwächer als Erfüllbarkeit.
 - Suche nach handhabbaren Teilproblemen (Nebel & Bürckert 1995)
 - durch Einschränkung der betrachteten Relationenmenge (nicht unbedingt der Basisrelationen)

Vollständige Verfahren

Suche durch Backtracking

- Sind nach der Propagation alle Label eindeutig, dann ist das Netz mit Sicherheit konsistent.
- Andernfalls müssen uneindeutige Label daraufhin geprüft werden, ob mit ihnen eine konsistente eindeutige Markierung möglich ist

$N(i, j)$: die im Netz erfasste Relation zwischen den Knoten i und j

PROCEDURE BacktrackingPropagation $R(a, b)$ into N

Propagate $R(a, b)$ into N ;

IF all arcs have a unique label in N

THEN RETURN consistent;

Get an arc $\langle c, d \rangle$ with ambiguous label;

FOR EACH label L of $\langle c, d \rangle$ DO

 IF BacktrackingPropagation $L(c, d)$ into a copy of N is consistent

 THEN RETURN consistent;

OD;

RETURN inconsistent;

Sprachfragmente

→ Es gibt 8191 (konsistente) Disjunktionen von Basisrelationen

Systematische Beschränkung

- nicht alle Disjunktionen von Basisrelationen als Initialbewertung zulassen
 - damit kann auch die Menge der Disjunktionen in der Propagation eingeschränkt werden.

Abschlussbedingung für das Fragment

- Basisrelationen erlauben Darstellung definitiver Information
- Inversenbildung
- Komposition (lt. Tabelle)
- Konjunktion
 - nicht jede Negation einer Basisrelation im Fragment

Gut verarbeitbare Sprachfragmente (tractable)

- ermöglichen Erfüllbarkeitsbestimmung allein durch Constraint-Propagation
- denn hier garantiert Pfadkonsistenz Erfüllbarkeit.

Beispiel (Nebel & Bürckert 1995)

- Es gibt eine Teilmenge von 868 (der insg. 8192) Intervall-Relationen, die
 - die Basisrelationen enthält,
 - die erforderlichen Abschlussbedingungen erfüllt
 - bei Pfadkonsistenz Erfüllbarkeit garantiert,
 - maximal ist (jede Erweiterung führt zu Verletzung dieser Eigenschaft)

Nutzung gut verarbeitbarer Sprachfragmente

Beschränkung auf das Fragment

- Propagation ist dann ein vollständiges Verfahren

Verfeinerung des Backtracking

- Beim rekursiven Abstieg
 - Wähle Kante, deren Label-Menge nicht zum Fragment gehört
 - Zerlege die Menge in Relationen, die zum Fragment gehören
- Konsequenzen für den Suchbaum
 - Tiefenbeschränkung: Kein weiterer Abstieg, wenn Relation zum gutartigen Fragment gehört
 - Breitenbeschränkung: Zerlegung in Relationen des Fragments kleiner als Zerlegung in Basisrelationen

Vollständige Verfahren

Suche durch Backtracking

- Gehören nach der Propagation alle Label zum Fragment F, dann ist das Netz mit Sicherheit konsistent.

$N(i, j)$: die im Netz erfasste Relation zwischen den Knoten i und j

PROCEDURE BacktrackingPropagation2 $R(a, b)$ into N using F

Propagate $R(a, b)$ into N ;

IF all arcs in N have a label belonging to F

THEN RETURN consistent;

Get an arc $\langle c, d \rangle$ with label X not in F ;

Get a small set S of relations from F such X is the disjunction of S ;

FOR EACH member L of S DO

 IF BacktrackingPropagation2 $L(c, d)$ into a copy of N using F is consistent

 THEN RETURN consistent;

OD;

RETURN inconsistent;

Konzeptuelle Nachbarschaften (1)

Freksa (1992)

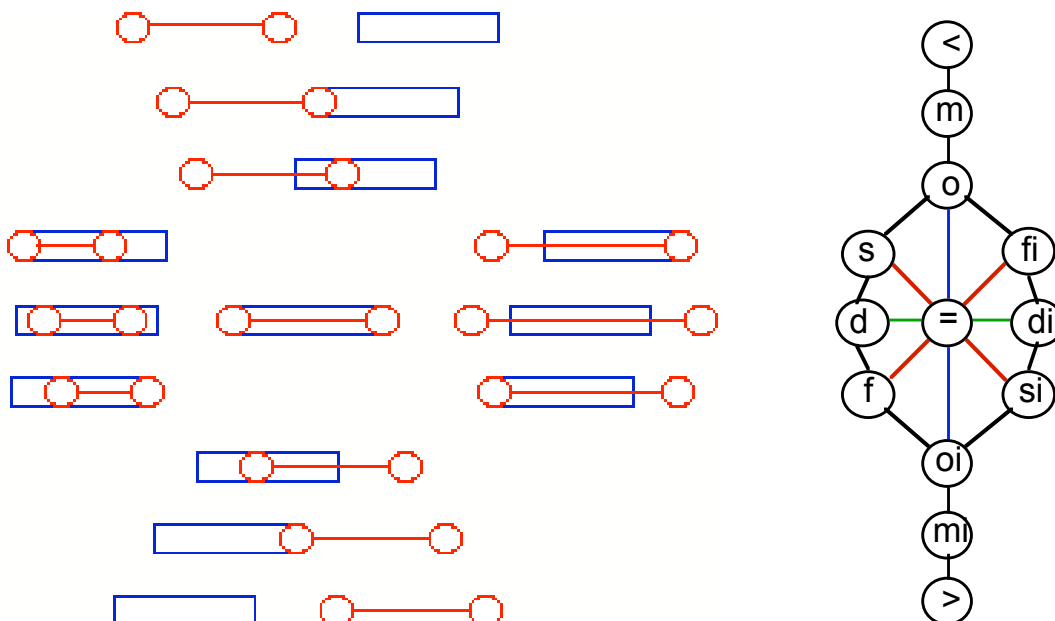
- Periodenstrukturen sind angemessene Modelle für menschliche Verarbeitung.
- Perioden haben Anfang und Ende, diese sind wieder Perioden.
- Zeitliche Relationen zwischen Perioden lassen sich durch die zeitlichen Relationen von Anfängen und Enden bestimmen.
(→ vgl. Remainder-Prinzip in linearen Strukturen)
- Die Basisrelationen sind sich in unterschiedlichem Maße ähnlich.

→ Relationen sind *konzeptuelle Nachbarn*, wenn sie durch einfache Umformungen direkt ineinander überführt werden können.

Konzeptuelle Nachbarschaften (2)

- Wissen über die Beziehung zwischen Perioden ist oft unterbestimmt.
 - Unterbestimmtheit ist keine (komplexe) Disjunktion von Bestimmtem.
 - Die Menge der möglichen (auch unterbestimmten) Relationen zwischen Perioden besitzt eine Struktur, die durch die konzeptuellen Nachbarschaften induziert ist.
- Eine Menge von Basisrelationen bildet eine *Konzeptuelle Nachbarschaft*, wenn sie Pfad-verbunden hinsichtlich der Nachbar-Relation ist.
- 808 der 8191 konsistenten Relationen entsprechen konzeptuelle (A-)Nachbarschaften.

Konzeptuelle Nachbarschaftsstruktur



Ergebnisse der Untersuchung der konzeptuellen Nachbarschaftsstruktur

Allens Kompositionstabelle

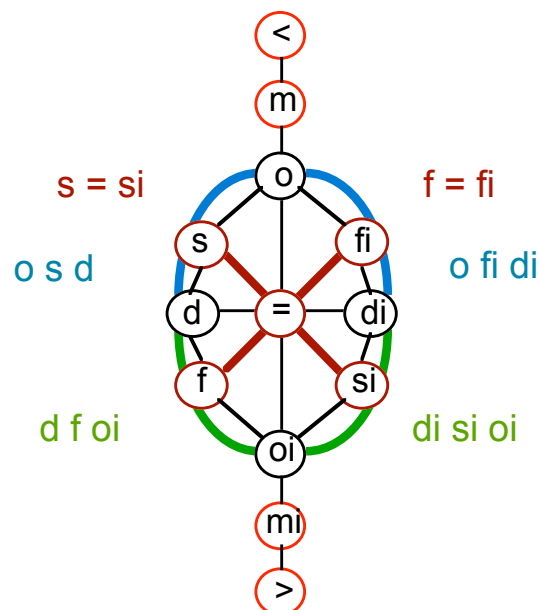
- Unterbestimmtheit ist der ‚Normalfall‘.
- Einträge für die Kombination zweier Basisrelationen sind stets konzeptuelle Nachbarschaften.
- Einträge zwischen konzeptuell benachbarten Relationen sind konzeptuell benachbart.
- Nur sehr wenige unterbestimmte Relationen tauchen in der Tabelle auf: 169 Einträge, 29 Relationen.

Unterbestimmte Relationen-Kalküle

- Anstelle der 13 Basisrelationen können andere Relationenmengen als Informations- und Inferenzgrundlage verwendet werden.
 - ➔ Informationskumulation durch Konjunktion

Freksas 10 Relationen-System

$b, m, (s = si), (f = fi), (o \text{ fi } di), (di \text{ si } oi), (o \text{ s } d), (d \text{ f } oi), mi, bi$



Verallgemeinerung und Fortführung der Methode

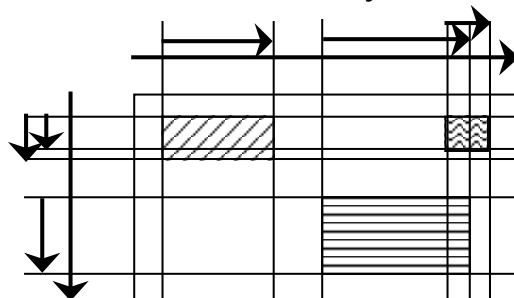
Vilain (1982): Integration von Punkt- und Periodenkalkülen

- 3 Punkt-Punkt-Relationen und 5 Punkt-Perioden-Relationen

Relation	inverse Relation	Beispiel
$X \cdot \text{equal} \cdot Y$	$Y \cdot \text{equal} \cdot X$	
$X \cdot \text{before} \cdot Y$	$Y \cdot \text{after} \cdot X$	
$X \cdot \text{before} Y$	$Y \text{ after} \cdot X$	
$X \cdot \text{after} Y$	$Y \text{ before} \cdot X$	
$X \cdot \text{begins} Y$	$Y \text{ begun-by} \cdot X$	
$X \cdot \text{during} Y$	$Y \text{ contains} \cdot X$	
$X \cdot \text{ends} Y$	$Y \text{ ended-by} \cdot X$	

Anwendungen von Periodenkalkülen im Raum

- Ordnungen auf linearen (Sub-)Strukturen: Flüssen, Grenzen, Straßen [→Rauh, Schlieder & Knauff, 1997]
 - Krümmung spielt keine Rolle
- Kartesisches Produkt: Dokumentenlayout



- Verallgemeinerungen der Kalküle für mehr Dimensionen
 - Ordnungen auf verzweigenden und zyklischen Strukturen
 - Ausdehnung ohne Ordnung: RCC (Region-Connection-Calculus), Mereotopologie

→ Teil II der Vorlesung: Raum

Räumlich-relationales Schließen mit ein-dimensionalen mentalen Modellen

Interpretation / Verwendung der temporalen Intervall-Relationen für eindimensionale räumliche Konstellationen

→ z.B. Beziehungen auf der horizontalen „Rechts–Links-Achse“
[Rauh, Schlieder & Knauff, 1997]

andere Beispiele / Domänen:



- vertikale Achsen
- „vor–hinter-Achse“
- Autos auf einer Straße

Intervall-Relationen auf der „Rechts–Links-Achse“ [Auszug]

Intervall-Relation	natürlichsprachliche Beschreibung	graphische Realisierung
$X < Y$	X liegt links von Y	
$X m Y$	X berührt von links Y	
$X o Y$	X überlappt von links Y	
$X s Y$	X liegt linksbündig in Y	
$X d Y$	X fällt ganz in Y	
$X f Y$	X liegt rechtsbündig in Y	
$X = Y$	X deckt sich mit Y	
$X fi Y$	X enthält rechtsbündig Y	




Three-term series – Schlussaufgaben

Ein Beispiel:

$X \circ Y$	X überlappt von links Y	
$Y \circ Z$	Y überlappt von links Z	

$X \text{ ?? } Z$

drei mögliche Modelle:

$X \circ Z$	X überlappt von links Z	
$X \text{ m } Z$	X berührt von links Z	
$X < Z$	X liegt links von Z	

Three-term series – präferierte Modelle



Eine empirische Frage

- Werden alle Möglichkeiten in gleicher Weise in Erwägung gezogen oder wird eine Schlussmöglichkeit den anderen Vorgezogen?

experimentelle Untersuchungen

- Produktion von Modellen: Zeichnen am Bildschirm.
- Verifikationsaufgaben
- Tendenz zu präferierten Modellen

Three-term series – eine Beispielkonstellation

R < G	Das rote Intervall liegt links vom grünen Intervall.	
G di B	Das grüne Intervall umfasst ganz das blaue Intervall.	

Experiment I: Produktion von Modellen: Zeichnen/Konstruieren am Bildschirm.

z.B.

Das rote Intervall liegt links vom grünen Intervall.
Das grüne Intervall umfasst ganz das blaue Intervall.

Wie können das rote und blaue Intervall zueinander liegen?



Gib als Antwort die Zahlen für den Anfangspunkt und den Endpunkt des blauen Intervalls über die Tastatur ein.

Experiment II: Verifikationsaufgaben

z.B.

Das rote Intervall liegt links vom grünen Intervall.
Das grüne Intervall umfasst ganz das blaue Intervall.

Können das rote und das blaue Intervall in der folgenden
Beziehung zueinander stehen?

Das rote Intervall liegt links vom blauen Intervall.
JA / NEIN.

Räumlich-relationales Schließen mit ein-dimensionalen mentalen Modellen

- Tendenz zu präferierten Modellen

Im Fall:

$$X o Y \wedge Y o Z \rightarrow X o Z \vee X m Z \vee X < Z$$

ergibt sich als präferiertes mental Modell:

$$X < Z \text{ mit } 54\%$$

Gegenstand

- Periodenstrukturen als Modelle für die Zeit
 - ➔ Verallgemeinerung: Integration von Punkten; Anwendung im Raum

Methode

- Repräsentation von Aussagemengen durch Constraint-Netze
- Spezifikation der Informationskombinatorik für die Verarbeitung durch Kompositionstabellen für die Basisrelationen.
- Constraint-Propagation als 'Beweisverfahren'
 - ➔ Korrekt aber unvollständig in Bezug auf die axiomatische Charakterisierung.
 - ➔ Modifikation: Unterbestimmte Relationen-Kalküle: Alternative Wahl der Basismenge von Relationen

Literatur

- Allen, James F. (1983): „Maintaining knowledge about temporal intervals“. *Communications of the ACM* 26. 832–843.
- Allen, James F. & Patrick J. Hayes (1985): „A common-sense theory of time“. In: *Proceedings of the 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI) 1*. Los Angeles. 528–531.
- Freksa, Christian (1992): „Temporal reasoning based on semi-intervals“. *Artificial Intelligence* 54. 199–227.
- Nebel, Bernhard & Hans-Jürgen Bürckert (1995): „Reasoning about temporal relations: A maximal tractable subclass of Allen’s interval algebra“. *Journal of the ACM* 42. 43–66.
- Rauh, R., Schlieder, C., & Knauff, M. (1997). Präferierte mentale Modelle beim räumlich-relationalen Schließen. *Kognitionswissenschaft*, 6, 21-34.
- van Beek, Peter (1992): „Reasoning about qualitative temporal information“. *Artificial Intelligence* 58. 297–326.
- Vilain, M.B. (1982): „A system for reasoning about time“. In: *Proceedings of AAAI-82*. 197–201.