

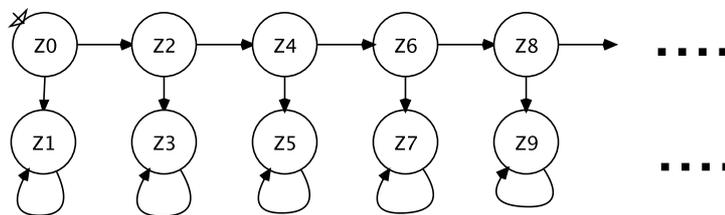
FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Aufgabenblatt 5: CTL und Model-Checking

Präsenzaufgabe 5.1:

1. Betrachten Sie die die Kripke-Strukturen M_1 und M_2 im Skript, Seite 40. Gibt es LTL-Formeln, die die beiden Strukturen unterscheiden? Falls ja, geben Sie welche an!
2. M_1 und M_2 wie zuvor: Gibt es CTL-Formeln, die die beiden Strukturen unterscheiden?
3. Betrachte die folgende Kripkestruktur, wobei die Zustandsetikettenfunktion für alle $n \in \mathbb{N}$ durch $E_S(z_{2n}) = \emptyset$ und $E_S(z_{2n+1}) = \{p\}$ definiert sei.



- (a) Gilt $f_1 = \mathbf{EF}p$?
- (b) Gilt $f_2 = \mathbf{AGEF}p$?
- (c) Gilt $f_3 = \mathbf{AF}p$?

Präsenzaufgabe 5.2: Äquivalenzen in CTL.

1. Formulieren Sie die folgenden Äquivalenzen in natürlicher Sprache und begründen Sie deren Gültigkeit: (i) $\neg \mathbf{G}f \equiv \mathbf{F}(\neg f)$, (ii) $\mathbf{F}f \equiv \mathbf{True} \mathbf{U} f$, (iii) $\mathbf{A}f \equiv \neg(\mathbf{E}\neg f)$ und (iv) $\neg \mathbf{X}f \equiv \mathbf{X}\neg f$.
2. Beweisen Sie die Äquivalenzen:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}Xf &\equiv \neg \mathbf{E}X(\neg f) \\
 \mathbf{E}Ff &\equiv \mathbf{E}[\mathbf{True} \mathbf{U} f] \\
 \mathbf{A}Gf &\equiv \neg \mathbf{E}F(\neg f) \\
 \mathbf{A}Ff &\equiv \neg \mathbf{E}G(\neg f)
 \end{aligned}$$

Übungsaufgabe 5.3: Wir wollen zeigen, dass es zu der CTL-Formel $\phi = \mathbf{AGEF}p$ keine äquivalente LTL-Formel ϕ' gibt. (Dabei heißen zwei Formeln äquivalent, wenn die beiden Mengen der Modelle, für die die beiden Formeln jeweils gültig sind, identisch sind.)

von
6

1. Zeige: Seien M_1 und M_2 zwei Kripkestrukturen und ψ eine beliebige LTL-Formel. Wenn $E_1(SS(M_1)) \subseteq E_2(SS(M_2))$ gilt, dann folgt aus $M_2 \models \psi$ auch $M_1 \models \psi$.
2. Sei M die Kripkestruktur mit $S = \{s_1, s_2\}$ und den Übergängen $s_1 \rightarrow s_1$, $s_1 \rightarrow s_2$ und $s_2 \rightarrow s_2$ sowie $S^0 = \{s_1\}$. Die Zustandsetiketten sind $E(s_1) = \emptyset$ und $E(s_2) = \{p\}$.
Zeige: $M \models \phi$ für $\phi = \mathbf{AGEF}p$.
3. Sei M' die Einschränkung der Kripkestruktur M auf s_1 , d.h. $S' = \{s_1\}$, $s_1 \rightarrow s_1$ und $E'(s_1) = \emptyset$.
Zeige: $M' \not\models \phi$ für $\phi = \mathbf{AGEF}p$.
4. Zeige mit den obigen Aussagen: Es gibt keine zu der CTL-Formel $\phi = \mathbf{AGEF}p$ äquivalente LTL-Formel ϕ' .

Übungsaufgabe 5.4: Betrachte das Modell einer Mikrowelle im Skript aus Abb. 1.16.

von
6

1. Wende den CTL-Algorithmus aus Abschnitt 1.5.4 auf folgende Formel an:

$$f = \left(\mathbf{E}(\neg Started \vee Closed) \mathbf{U}(Closed \wedge Heat) \right) \wedge \left(\mathbf{EG}(\neg Started \vee \neg Closed \vee Error) \right)$$

Damit man die einzelnen Schritte besser nachvollziehen kann, soll (fast) jeder Rekursionsabschnitt in eine eigene Kopie der Kripkestruktur eingezeichnet werden. Nutze hierfür die acht Kopien der Abbildung.

Notiere an der Teilabbildung jeweils die Teilformel, die der Algorithmus bearbeitet. Gebe – wenn nötig – die SZKs o.ä. an.

2. Bestimme $S(f) := \{s \in S \mid M, s \models f\}$.
3. Entscheide, ob $M, 1 \models f$ gilt.

